

# חושבים בגרות

אלגברה 2:  
משוואות ממעלה ראשונה  
הכוללות שברים



מתמטיקה

מכון ברנקו וייס לטיפול החשיבה



# חושבים בגרות

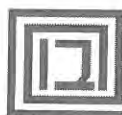
## מערכי למידה עצמית

### להצלחה בבחינות הבגרות

אלגברה  
חוברת 2: משוואות ממעלה ראשונה  
הכוללות שברים

למידה באמצעות משימות קטנות,  
שחזור התהליך ובניית דפי אסטרטגיה

מהדורה ניסיונית  
תשס"ג



מכון ברנקו וייס לטיפול החשיבה

#### חושבים בגרות

אלגברה (2) – משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים

|                       |                                                        |
|-----------------------|--------------------------------------------------------|
| פיתוח והנחיה פדגוגית: | אביב קינן                                              |
| פיתוח וכתיבה:         | סתיו שדות                                              |
| ייעוץ:                | גילי בסקין, גדעון ונר, חני קרן, אילן רופין, שירלי רמון |
| עיצוב ועימוד:         | רוני אידלשטיין                                         |
| עיצוב העטיפה:         | שמעון שניידר                                           |
| ריכוז והפקה:          | ענת פלג                                                |

אין להעתיק, לשכפל, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע או להפיץ ספר זה או קטעים ממנו בשום צורה ובשום אמצעי, אלקטרוני, אופטי, או מכני (לרבות צילום והקלטה) ללא אישור בכתב מהמוציא לאור.

© 2002

כל הזכויות שמורות  
למכון ברנקו וייס לטיפול החשיבה  
ת.ד. 648, ירושלים 91006

Hebrew Rights © 2002  
The Branco Weiss Institute for the Development of Thinking  
P.O.Box 648, Jerusalem 91006

## תוכנית בגרות 2001

בגרות 2001 היא תוכנית ייחודית ששמה לה למטרה להעלות את שיעור התלמידים המצליחים בבחינות הבגרות ולשפר את יכולות החשיבה, הלמידה והמנהיגות שלהם, בהסתמך על תורות חינוכיות מתקדמות.

התוכנית מתבססת על הנחיה קוגניטיבית של התלמידים בקבוצות קטנות של חמישה תלמידים, תוך שילוב הדוק בין הלימודים הפורמליים בכיתה לבין פעילויות הנחיה גמישות המותאמות לצרכים הייחודיים של כל תלמיד ותלמידה.

התכנית מיישמת גישה מכוונת, פרטנית, על בסיס תכניות אישיות, במטרה לבנות בקרב משתתפי התהליך – תלמידים, מורים ומנהלים – את כישורי המנהיגות הנדרשים על מנת להוביל את התלמידים להצלחה בבחינות הבגרות, תוך פיתוח היכולות, הידע והערכים הראויים.

התפישה החינוכית של הפרויקט מושתתת של שלושה ממדים עיקריים:

### 1. הוראה פרטנית בקבוצה קטנה

הוראה המיישמת תפישה פדגוגית מתקדמת, המאפשרת למורה ולתלמיד לזהות יחד את צרכי הלמידה ואת סגנון הלמידה של התלמיד, ולתת להם מענה מתאים במסגרת תוכנית למידה אישית. בשונה מאופן הלימוד בכיתה, הקבוצה הקטנה יוצרת הזדמנות לימודית אינטימית ותומכת.

### 2. טיפוח מיומנויות למידה וחשיבה כלליות

יחד עם לימוד החומר לבגרות, שמה התכנית דגש על פיתוח יכולות למידה וחשיבה כלליות, אשר תסייענה לתלמיד להתמודד טוב יותר עם בחינות הבגרות ועם רכישת ידע חדש בהמשך דרכו.

### 3. טיפוח המנהיגות העצמית של התלמיד

טיפוח התלמיד כאדם המקבל אחריות למעשיו, למטרות שהוא מציב לעצמו ולדרך שבה הוא מנהל את חייו.

## חושבים בגרות

סדרת החוברות "חושבים בגרות" נכתבה ברוח מטרות תוכנית בגרות 2001. החוברות מיועדות בראש ובראשונה לתלמידי התוכנית ועוסקות במיומנויות ובדרכי למידה המסייעות להבנת התכנים ולהצלחה בבחינות הבגרות. כל חוברת מתמקדת בתחום תוכן (מקצוע) אחד ובכלי מרכזי אחד – המתאים ללמידת תחום זה.

כלי הלמידה שאנו מציגים בסדרת חוברות זו מסייעים לתלמיד במספר מישורים:

א. בארגון הידע הנרכש ובחיבורו לידע קודם.

ב. בהבנת התכנים.

ג. בזכירת החומר לבחינה (ומעבר לבחינה).

ד. בעיצוב דפוסי למידה וחשיבה, שישמשו אותו בעתיד ללמידה של תכנים חדשים.

החוברות בסדרה "חושבים בגרות" מכוונות ללמידה תכליתית. הן משלבות הסברים תמציתיים עם הזדמנויות רבות לתרגול הנלמד, ומפנות את תשומת לבו של התלמיד לשלבי החשיבה והלמידה שהוא מפעיל. למטרה זו נעשה שימוש בחוברת בסמלים הבאים:



פירוק תהליך הלמידה לשלבים (לכל מקצוע השלבים הייחודיים לו) מאפשר לתלמיד להבין בהדרגה ובצורה מעמיקה את החומר הנלמד כולו. באמצעות ביצוע פעולות בסיסיות ופשוטות (אך הכרחיות) מבסס התלמיד את הבנתו וכך חווה תחושה של הצלחה. תחושת ההצלחה מחזקת אותו ומאפשרת לו, בשלבים הבאים, לבצע פעולות מורכבות יותר, הדורשות הבנה, ניתוח וביקורת של החומר הנלמד. בדרך זו, התלמיד לומד להיות אחראי ומודע לדרך הלמידה שלו ומפתח את היסודות למנהיגות עצמית בתחומי חיים נוספים.

בברכת למידה פורייה,

צוות בגרות 2001

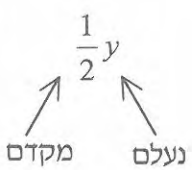
# תוכן העניינים

|    |                                                       |
|----|-------------------------------------------------------|
| 3  | <b>תוכנית בגרות 2001</b>                              |
| 6  | משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים                    |
| 8  | משימה 1: ביטוי מספרים שלמים כשברים                    |
| 10 | משימה 2: מציאת מכנה משותף                             |
| 12 | משימה 3: הכפלת שני אגפי המשוואה במכנה המשותף          |
| 14 | משימה 4: כינוס איברים בכל צד של המשוואה               |
| 16 | משימה 5: בידוד הנעלם ומציאת פתרון                     |
| 18 | משימה 6: בדיקה                                        |
| 21 | פתרונות למשימות                                       |
| 25 | שלבי הפתרון למשוואה ממעלה ראשונה הכוללת שברים         |
| 27 | דף אסטרטגיה לפתרון משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים |
| 29 | תרגיל שלם                                             |
| 31 | השוואת תהליכי פתרון                                   |
| 33 | יצירת משוואה ממעלה ראשונה הכוללת שברים                |
| 35 | תרגול נוסף                                            |

\* במהדורה הסופית של חוברת זו יתווסף הפרק: משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים אלגבריים

## משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים

בפרק זה נלמד איך לפתור משוואות ממעלה ראשונה ושברים.  
במשוואות ממעלה ראשונה ושברים יש שלושה סוגים של איברים. בכל סוג יכולים להיות שברים, לדוגמה:

| מספרים חופשיים | נעלמים                                                                                                | נעלמים ממעלה שנייה<br>(בריבוע, בחזקת 2) |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 7              | $x$                                                                                                   | $\frac{x^2}{3}$                         |
| 0              | $-\frac{2x}{3}$                                                                                       | $\frac{1}{2}x^2$                        |
| -46            |                                                                                                       | $y^2$                                   |
| 5              | $3y$                                                                                                  | $7x^2$                                  |
| $\frac{1}{4}$  |                                                                                                       | $9y^2$                                  |
| $4\frac{1}{3}$ | $\frac{4x+5}{2}$                                                                                      | $\frac{x^2+1}{5}$                       |
|                | $\frac{1}{2}y$<br> |                                         |

הערה למורה: כל המשוואות בחוברת זו הן ממעלה ראשונה, לאחר פישוט ושימוש בטכניקה אלגברית.



כדי ללמוד איך לפתור משוואות ממעלה  
ראשונה הכוללות שברים, עברו לדף  
הבא, ובצעו את המשימה הראשונה.

# משימה 1: ביטוי מספרים שלמים כשברים

על מנת שנבין איך לפתור משוואה עם שברים, נציג את כל האברים במשוואה כשברים. את המספרים השלמים נחלק במספר 1.

$$6 = \frac{6}{1}$$

לדוגמה: אם במשוואה מופיע המספר 6, אז נכתוב:  $\frac{6}{1}$

הכיתוב של המספר 6 בצורת שבר, יעזור לנו לפתור את התרגיל בשלבים הבאים.



כאשר המקדם הוא שבר, כמו:  $\frac{1}{2}(7+x)$   
ניתן לרשום זאת גם כך:  $\frac{7+x}{2}$



למעשה אפשר לייצג כל מספר שלם בצורת שברים. לדוגמה:  
 $9 = \frac{18}{2} = \frac{9}{1} = \frac{27}{3}$   
בנוסף, ניתן לייצג כל ביטוי בצורת שבר:  
 $3x = \frac{3x}{1}$   
 $4x + 5 = \frac{4x + 5}{1}$

תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 1:

$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + 2$$


---


$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$

כעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.

שימו לב! בצעו רק את המשימה הנדרשת. אין צורך לפתור את כל התרגיל.



שימו לב: עליכם להתייחס רק לתרגילים אשר בהם יש מספרים שלמים (מספרים שאינם שברים).

2

$$\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$$

1

$$\frac{3x+8}{2} - 4x = \frac{1}{3}(x-5)$$

4

$$\frac{2x+4}{2} + 3x = \frac{60x-20}{8} - 2x$$

3

$$2 - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7-2x$$

לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות המוצגות בעמוד 21. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:



הכי קשה היה...

מה היה התרגיל הכי קשה ולמה?

איך יוצאים מזה?

מה לעשות כדי להתמודד עם קושי זה?

לעולם לא אשכח ש...

מה חשוב לזכור לפעם הבאה שבה אבצע משימה זו?

ועוד מחשבה אחת... האם יש הבדל חשבוני בין המספר 2 למספר  $\frac{2}{1}$ ? (האם יש הבדל בין 2 תפוחים ל  $\frac{2}{1}$  תפוחים?)

## משימה 2: מציאת מכנה משותף

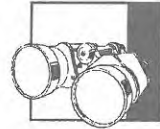
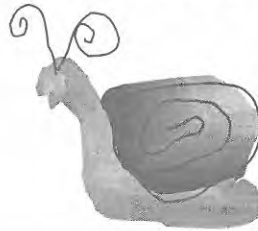
מהו מכנה משותף?

בכל שבר יש מונה ומכנה:

$$\begin{array}{lcl} \text{מונה} & \rightarrow & \frac{x+5}{2x} \\ \text{מכנה} & \rightarrow & \end{array} \quad \begin{array}{lcl} \text{מונה} & \rightarrow & \frac{4}{5} \\ \text{מכנה} & \rightarrow & \end{array}$$

עלינו למצוא מספר מבין המכנים, אשר מתחלק בכל אחד משאר המכנים, ללא שארית. כלומר, שכל שאר המכנים הם גורמים שלו. מספר כזה הוא מכנה משותף. איך מוצאים מכנה משותף? יש כמה דרכים לעשות זאת. הדרך שאנו מציעים היא למצוא את המכנה הגדול ביותר, ולבדוק אם הוא מתחלק בשאר המכנים ללא שארית. אם הוא אינו מתחלק בשאר המכנים, יש להכפיל את המכנה הגדול ביותר פי 2, ולבדוק שוב. אם לא – יש להכפיל פי 3, וכן הלאה.

אם אנו מתקשים למצוא מכנה משותף בדרך זו, אנו יכולים פשוט להכפיל את כל המכנים. התוצאה היא מכנה משותף. בכל מקרה, נוח יותר לעבוד עם המכנה המשותף האפשרי הקטן ביותר.



תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 2:

|                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + 2$                                                                                                                                                                               |
| <p>פתרון משימה 1:</p> $\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$                                                                                                                                               |
| <p>משימה 2:</p> <p>המכנה הגדול ביותר: 5</p> <p>(14 מחלק 5 - 2 ו-4 לא שארית)</p> <p>5-2=10 (14 מחלק 10 - 4 לא שארית)</p> <p>5-3=15 (14 מחלק 15 - 4 לא שארית)</p> <p>5-4=20 (14 מחלק 20 - 4 לא שארית)</p> <p>מכנה משותף = 20</p> |

כעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.

שימו לב! בצעו רק את המשימה הנדרשת. אין צורך לפתור את כל התרגיל.



לנוחיותכם, כתבנו את הפתרונות למשימה הקודמת, כך שתוכלו להתייחס אליהם כשאתם מבצעים את משימה זו.

1

$$\frac{3x+8}{2} - 4x = \frac{1}{3}(x-5)$$

פתרון משימה 1:

$$\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{(x-5)}{3}$$

משימה 2:

2

$$\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$$

פתרון משימה 1:

$$\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$$

משימה 2:

3

$$2 - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7 - 2x$$

פתרון משימה 1:

$$\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7 - \frac{2x}{1}$$

משימה 2:

4

$$\frac{2x+4}{2} + 3x = \frac{60x-20}{8} - 2x$$

פתרון משימה 1:

$$\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$$

משימה 2:



לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות המוצגות בעמוד 21. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:

הכי קשה היה...

איך יוצאים מזה?

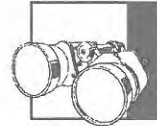
לעולם לא אשכח ש...

ועוד מחשבה אחת... מה הדבר הראשון שצריך לעשות במשימה זו?

## משימה 3: הכפלת שני אגפי המשוואה במכנה המשותף

לאחר שמצאנו מכנה משותף, עלינו להכפיל כל שבר במכנה המשותף.  
לאחר מכן, נחלק את המונה במכנה וניצור משוואה ללא שברים.

תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 3:



$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$

פתרון משימה 2:  
מכנה משותף = 20

---

משימה 3:

$$\frac{20(2x+6)}{5} + \frac{20 \cdot 1}{2} = \frac{20 \cdot x}{4} + \frac{20 \cdot 2}{1}$$

כאן נחלק את המונה המשותף המכנה של כל שבר.

$$4(2x+6) + 10 \cdot 1 = 5 \cdot x + 20 \cdot 2$$

$$4(2x+6) + 10 = 5x + 40$$

קעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.  
שימו לב! בצעו רק את המשימה הנדרשת. אין צורך לפתור את כל התרגיל.



לנוחיותכם, כתבנו את הפתרונות למשימה הקודמת, כך שתוכלו להתייחס אליהם כשאתם מבצעים משימה זו.

|                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div data-bbox="247 369 279 403">2</div> $\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$ <p>פתרון משימה 2:<br/><math>מכנה משותף = 18</math></p> <p>משימה 3:</p>               | <div data-bbox="1428 369 1460 403">1</div> $\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{x-5}{3}$ <p>פתרון משימה 2:<br/><math>מכנה משותף = 6</math></p> <p>משימה 3:</p>                               |
| <div data-bbox="247 936 279 969">4</div> $\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$ <p>פתרון משימה 2:<br/><math>מכנה משותף = 8</math></p> <p>משימה 3:</p> | <div data-bbox="1428 936 1460 969">3</div> $\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2x}{1}$ <p>פתרון משימה 2:<br/><math>מכנה משותף = 21</math></p> <p>משימה 3:</p> |

לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות המוצגות בעמוד 22. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:



הכי קשה היה...

איך יוצאים מזה?

לעולם לא אשכח ש...

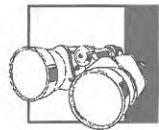
ועוד מחשבה אחת... מהי הפעולה המתמטית הראשונה שביצעתם בכל התרגילים?

## משימה 4: כינוס אברים בכל צד של המשוואה

בשלב זה יש לעבוד בכל צד של המשוואה בנפרד:

- לפתוח סוגריים
- לחבר או לחסר אברים בעלי מאפיינים דומים:
- לחבר או לחסר  $X$  (או כל נעלם אחר)
- לחבר או לחסר  $X^2$  (או כל נעלם אחר בריבוע)
- לחבר או לחסר מספרים חופשיים

תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 4:



$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$


---

פתרון משימה 3:

$$4(2x+6) + 10 = 5x + 40$$


---

משימה 4:

$$8x + 24 + 10 = 5x + 40$$

$$8x + 34 = 5x + 40$$

כעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.  
שימו לב! בצעו רק את המשימה הנדרשת. אין צורך לפתור את כל התרגיל.



לנוחיותכם, כתבנו את הפתרונות למשימה הקודמת, כך שתוכלו להתייחס אליהם כאשר אתם מבצעים משימה זו.

|                                                                            |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2</p> $\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$                | <p>1</p> $\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{x-5}{3}$                              |
| <p>פתרון משימה 3:</p> $6(3x-4) - 2(5x-1) = 3(2x+4)$                        | <p>פתרון משימה 3:</p> $3(3x+8) - 24x = 2(x-5)$                                        |
| <p>משימה 4:</p>                                                            | <p>משימה 4:</p>                                                                       |
| <p>4</p> $\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$ | <p>3</p> $\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2x}{1}$ |
| <p>פתרון משימה 3:</p> $4(2x+4) + 24x = 60x - 20 - 16x$                     | <p>פתרון משימה 3:</p> $42 - 7(2x-1) + 3(1-3x) = 147 - 42x$                            |
| <p>משימה 4:</p>                                                            | <p>משימה 4:</p>                                                                       |

לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות המוצגות בעמוד 22. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:



הכי קשה היה...

איך יוצאים מזה?

לעולם לא אשכח ש...

ועוד מחשבה אחת... מדוע לדעתכם יש לכנס איברים במשוואה?

## משימה 5: בידוד הנעלם ומציאת פתרון

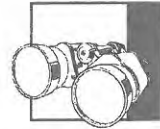
בשלב זה עלינו לבודד את הנעלם (X או כל נעלם אחר).

יש לעשות זאת בשני צעדים:

1. להעביר אגפים: להעביר ולכנס נעלמים לצד אחד של המשוואה, ולהעביר מספרים חופשיים לצד השני של המשוואה.

2. לחלק את שני האגפים במקדם של ה-X, ולהגיע לפתרון.

תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 5:



$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$

פתרון משימה 4:

$$8x + 34 = 5x + 40$$

משימה 5:

$$8x - 5x = 40 - 34$$
$$3x = 6$$
$$x = \frac{6}{3}$$
$$x = 2$$

כעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.



לנוחיותכם, כתבנו את הפתרונות למשימה הקודמת, כך שתוכלו להתייחס אליהם כשאתם מבצעים את משימה זו.

|                                                                            |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2</p> $\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$                | <p>1</p> $\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{x-5}{3}$                              |
| <p>פתרון משימה 4:</p> $8x - 22 = 6x + 12$                                  | <p>פתרון משימה 4:</p> $-15x + 24 = 2x - 10$                                           |
| <p>משימה 5:</p>                                                            | <p>משימה 5:</p>                                                                       |
| <p>4</p> $\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$ | <p>3</p> $\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2x}{1}$ |
| <p>פתרון משימה 4:</p> $32x + 16 = 44x - 20$                                | <p>פתרון משימה 4:</p> $52 - 23x = 147 - 42x$                                          |
| <p>משימה 5:</p>                                                            | <p>משימה 5:</p>                                                                       |

לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות המוצגות בעמוד 23. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:



הכי קשה היה...

איך יוצאים מזה?

לעולם לא אשכח ש...

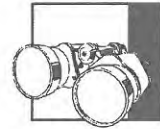
ועוד מחשבה אחת... האם זה משנה באיזה אגף במשוואה מבודדים את הנעלם (באגף הימני או השמאלי)?

## משימה 6: בדיקה

מטרתנו בפתרון משוואות היא למצוא מספר שהצבתו במשוואה תיצור פסוק אמת. בשלב זה נבדוק לגבי כל המשוואות, שהמספר שמצאנו במשימה 5 הוא הפתרון הנכון.

כעת יש להציב את הפתרון במשוואה המקורית במקום הנעלם, ולבדוק שבשני אגפי המשוואה מתקבלת אותה תוצאה.

תרגיל לדוגמה לביצוע משימה 6:



$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$

פתרון משימה 5:

$$x=2$$

משימה 6:

$$\frac{2 \cdot 2 + 6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2}{1}$$
$$2.5 = 2.5$$

כעת בצעו את המשימה בארבעת התרגילים הבאים.  
שימו לב! בצעו רק את המשימה הנדרשת. אין צורך לפתור את כל התרגיל.



לנוחיותכם, כתבנו את הפתרונות למשימה הקודמת, כדי שתוכלו להתייחס אליהם כאשר אתם מבצעים משימה זו.

כל הכבוד! הגעתם למשימה האחרונה!

2



$$\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$$

פתרון משימה 5:

$$x = 17$$

משימה 6:

1

$$\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{x-5}{3}$$

פתרון משימה 5:

$$x = 2$$

משימה 6:

4

$$\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$$

פתרון משימה 5:

$$x = 3$$

משימה 6:

3

$$\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1+3x}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2x}{1}$$

פתרון משימה 5:

$$x = 5$$

משימה 6:

לאחר שסיימתם את המשימה, בדקו את תשובותיכם לפי התשובות מוצגות בעמוד 24. לאחר מכן התייחסו לנקודות הבאות:

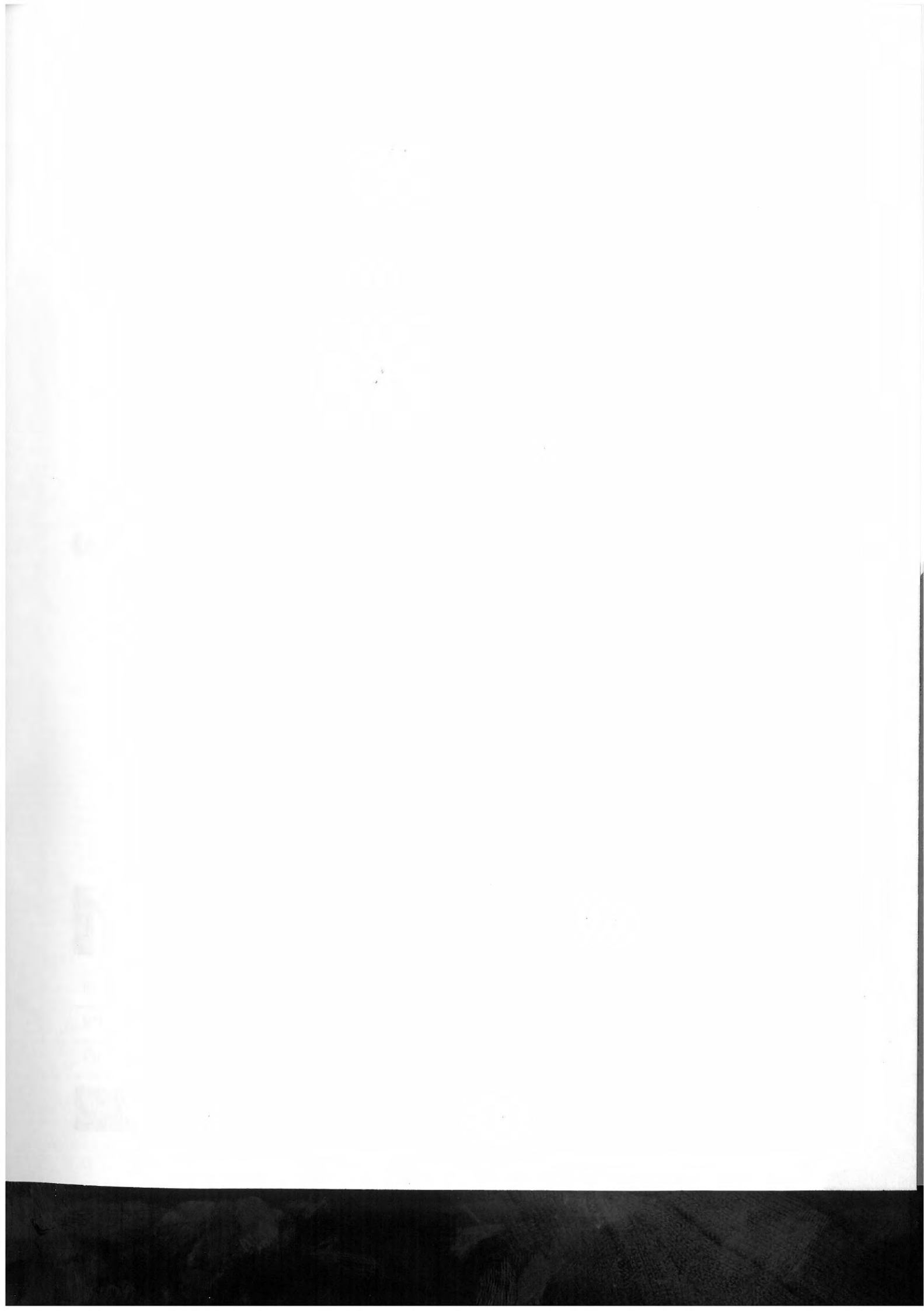


הכי קשה היה...

איך יוצאים מזה?

לעולם לא אשכח ש...

ועוד מחשבה אחת... במה שונה משימה זו מחמש המשימות הקודמות בחוברת זו?



## פתרונות למשימות

משימה 1 – ביטוי מספרים שלמים כשברים

1.  $\frac{3x+8}{2} - \frac{4x}{1} = \frac{x-5}{3}$
2. אין צורך להוסיף דבר
3.  $\frac{2}{1} - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2x}{1}$
4.  $\frac{2x+4}{2} + \frac{3x}{1} = \frac{60x-20}{8} - \frac{2x}{1}$

משימה 2 – מציאת מכנה משותף

1. המכנה הגדול ביותר: 3  
3 לא מתחלק בכל המכנים האחרים, ללא שארית.  
 $3 \cdot 2 = 6$   
6 הוא המכנה המשותף כי כל המכנים הם גורמים שלו.  
(6 מתחלק בכל המכנים ללא שארית.  
לכן 6 הוא מכנה משותף).
2. המכנה הגדול ביותר: 9  
9 לא מתחלק ב-6, ללא שארית.  
 $9 \cdot 2 = 18$   
18 הוא המכנה המשותף כי כל המכנים הם גורמים שלו.  
(18 מתחלק בכל המכנים ללא שארית.  
לכן 18 הוא מכנה משותף).
3. המכנה הגדול ביותר: 7  
7 לא מתחלק ב-3, ללא שארית.  
 $7 \cdot 2 = 14$   
14 לא מתחלק ב-3, ללא שארית.  
 $7 \cdot 3 = 21$   
21 הוא המכנה המשותף כי כל המכנים הם גורמים שלו.  
(21 מתחלק בכל המכנים, ללא שארית.  
לכן 21 הוא מכנה משותף).
4. המכנה הגדול ביותר: 8  
8 הוא המכנה המשותף כי כל המכנים הם גורמים שלו.  
(8 מתחלק בכל המכנים, ללא שארית.  
לכן 8 הוא מכנה משותף).

### משימה 3 – הכפלת שני אגפי המשוואה במכנה המשותף

$$1. \frac{6 \cdot (3x+8)}{2} - \frac{6 \cdot 4x}{1} = \frac{6 \cdot (x-5)}{3}$$

כעת נחלק את המכנה המשותף במכנה של כל שבר:

$$3(3x+8) - 6 \cdot 4x = 2(x-5)$$

$$3(3x+8) - 24x = 2(x-5)$$

$$2. \frac{18 \cdot (3x-4)}{3} - \frac{18 \cdot (5x-1)}{9} = \frac{18 \cdot (2x+4)}{6}$$

כעת נחלק את המכנה המשותף במכנה של כל שבר:

$$6(3x-4) - 2(5x-1) = 3(2x+4)$$

$$3. \frac{21 \cdot 2}{1} - \frac{21(2x-1)}{3} + \frac{21(1-3x)}{7} = \frac{21 \cdot 7}{1} - \frac{21 \cdot 2x}{1}$$

כעת נחלק את המכנה המשותף במכנה של כל שבר:

$$21 \cdot 2 - 7(2x-1) + 3(1-3x) = 21 \cdot 7 - 21 \cdot 2x$$

$$42 - 7(2x-1) + 3(1-3x) = 147 - 42x$$

$$4. \frac{8(2x+4)}{2} + \frac{8 \cdot 3x}{1} = \frac{8(60x-20)}{8} - \frac{8 \cdot 2x}{1}$$

כעת נחלק את המכנה המשותף, במכנה של כל שבר:

$$4(2x+4) + 8 \cdot 3x = 60x - 20 - 8 \cdot 2x$$

$$4(2x+4) + 24x = 60x - 20 - 16x$$

### משימה 4 – כינוס איברים בכל צד של המשוואה

$$1. 3 \cdot 3x + 3 \cdot 8 - 24x = 2 \cdot x - 2 \cdot 5$$

$$9x + 24 - 24x = 2x - 10$$

$$-15x + 24 = 2x - 10$$

$$2. 6 \cdot 3x - 6 \cdot 4 - 2 \cdot 5x + 2 \cdot 1 = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 4$$

$$18x - 24 - 10x + 2 = 6x + 12$$

$$8x - 22 = 6x + 12$$

$$3. \quad 42 - 7 \cdot 2x + 7 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 3 \cdot 3x = 147 - 42x$$

$$42 - 14x + 7 + 3 - 9x = 147 - 42x$$

$$52 - 23x = 147 - 42x$$

$$4. \quad 8x + 16 + 24x = 60x - 20 - 16x$$

$$32x + 16 = 44x - 20$$

### משימה 5 – בידוד נעלם ומציאת פתרון

$$1. \quad 24 + 10 = 2x + 15x$$

$$34 = 17x$$

$$\frac{34}{17} = x$$

$$x = 2$$

$$2. \quad 8x - 6x = 12 + 22$$

$$2x = 34$$

$$x = \frac{34}{2}$$

$$x = 17$$

$$3. \quad -23x + 42x = 147 - 52$$

$$19x = 95$$

$$x = \frac{95}{19}$$

$$x = 5$$

$$4. \quad 16 + 20 = 44x - 32x$$

$$36 = 12x$$

$$\frac{36}{12} = x$$

$$3 = x$$

משימה 6 – בדיקה

$$1. \frac{3 \cdot 2 + 8}{2} - \frac{4 \cdot 2}{1} = \frac{2 - 5}{3}$$

$$-1 = -1$$

$$2. \frac{3 \cdot 17 - 4}{3} - \frac{5 \cdot 17 - 1}{9} = \frac{2 \cdot 17 + 4}{6}$$

$$\frac{47}{3} - \frac{84}{9} = \frac{38}{6}$$

$$\frac{18 \cdot 47}{3} - \frac{18 \cdot 84}{9} = \frac{18 \cdot 38}{6}$$

$$6 \cdot 47 - 2 \cdot 84 = 3 \cdot 38$$

$$114 = 114$$

$$3. \frac{2}{1} - \frac{2 \cdot 5 - 1}{3} + \frac{1 - 3 \cdot 5}{7} = \frac{7}{1} - \frac{2 \cdot 5}{1}$$

$$\frac{2}{1} - \frac{9}{3} + \frac{-14}{7} = \frac{7}{1} - \frac{10}{1}$$

$$-3 = -3$$

$$4. \frac{2 \cdot 3 + 4}{2} + 3 \cdot 3 = \frac{60 \cdot 3 - 20}{8} - 2 \cdot 3$$

$$5 + 9 = 20 - 6$$

$$14 = 14$$

# שלבי הפתרון למשוואה ממעלה ראשונה ושברים

ניתן לתאר את המשימות שעל פיהן פעלנו כדי לפתור משוואות ממעלה ראשונה ושברים בעזרת תרשים זה:

$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + 2$$

$$\frac{2x+6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{2}{1}$$

1. ביטוי המספרים השלמים כשברים

המכנה הקטן ביותר: 5 (מכנה 4 ו-2 ו-1 לא שווים).  
 $5 \cdot 2 = 10$  (מכנה 4 ו-2 לא שווים).  
 $5 \cdot 3 = 15$  (מכנה 4 ו-2 לא שווים).  
 $5 \cdot 4 = 20$  (מכנה 4 ו-2 לא שווים).

2. מציאת מכנה משותף  
 בודקים אם כל המספרים מתחלקים במכנה הגדול ביותר, ללא שארית. אם לא, מכפילים אותו פי 2, וכן הלאה, עד שמוצאים מספר שכל המכנים הם גורמים שלו.

$$\frac{20(2x+6)}{5} + \frac{20 \cdot 1}{2} = \frac{20 \cdot x}{4} + \frac{20 \cdot 2}{1}$$

כאן נחלק את המכנה המשותף למכנה של 6 שקדם:  
 $4(2x+6) + 10 = 5x + 40$

3. הכפלת שני אגפי המשוואה במכנה המשותף.

$$8x + 24 + 10 = 5x + 40$$

$$8x + 34 = 5x + 40$$

4. כינוס איברים בכל צד של המשוואה

פותרים סוגריים אם צריך, מחברים ומחסרים גורמים בעלי מאפיינים דומים בכל צד של המשוואה.

$$8x - 5x = 40 - 34$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

5. בידוד הנעלם ומציאת פתרון  
 מעבירים אגפים: נעלם בצד אחד של המשוואה ומספרים בצד השני של המשוואה.  
 מחלקים את המספר השלם במספר המקדם של הנעלם ומגיעים לפתרון.

$$\frac{2 \cdot 2 + 6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2}{1}$$

$$2.5 = 2.5$$

6. בדיקה

לאחר שנמצא פתרון, יש להציב אותו במשוואה המקורית, במקום הנעלם וכך לראות אם הפתרון שמצאנו הוא נכון.



## דף אסטרטגיה לפתרון משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים

קראו שוב את הכללים שכתבתם לאחר כל משימה. כעת כתבו אותם שוב (אם יש צורך, הוסיפו כלל שלא חשבתם עליו קודם, או הורידו כלל מיותר). לאחר שתסיימו לכתוב, תוכלו להיעזר בדף זה לפתירת תרגילים נוספים.

הכללים: מה עליי לעשות בכל משימה?

המשימה

|  |                                                       |
|--|-------------------------------------------------------|
|  | <b>1. ביטוי המספרים<br/>השלמים כשברים</b>             |
|  | <b>2. מציאת מכנה משותף</b>                            |
|  | <b>3. הכפלת שני אגפי<br/>המשוואה במכנה<br/>המשותף</b> |
|  | <b>4. כינוס איברים בכל צד<br/>של המשוואה</b>          |
|  | <b>5. בידוד הנעלם ומציאת<br/>פתרון</b>                |
|  | <b>6. בדיקה</b>                                       |

# האיש והחיה

האיש והחיה  
היו חברים טובים  
והיו גם חכמים.



עבור לעמוד הבא  
ולמד איך לפתור  
תרגיל שלם

מה עליי לעשות  
עכשיו?

## תרגיל שלם

פתרו את התרגיל לפי דף האסטרטגיה שיצרתם.

| המשימות | התרגיל                                                                   |
|---------|--------------------------------------------------------------------------|
|         | $\frac{8x+3}{5} - \frac{11x-9}{6} + \frac{4x+3}{15} = \frac{11x+15}{10}$ |
| משימה 1 |                                                                          |
| משימה 2 |                                                                          |
| משימה 3 |                                                                          |
| משימה 4 |                                                                          |
| משימה 5 |                                                                          |

פתרון:

## תרגיל שלם – תהליך פתרון

| המשימות        | התרגיל:                                                                                                                                                            |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                | $\frac{8x+3}{5} - \frac{11x-9}{6} + \frac{4x+3}{15} = \frac{11x+15}{10}$                                                                                           |
| <b>משימה 1</b> | אין צורך לחוסיף דבר                                                                                                                                                |
| <b>משימה 2</b> | 15 הוא המכנה הגדול ביותר. 15 לא מתחלק ב-10 ולא ב-6, ללא שארית.<br>$15 \cdot 2 = 30$<br>30 הוא מכנה משותף כי כל שאר המכנים הם גורמים שלו.                           |
| <b>משימה 3</b> | $\frac{30 \cdot (8x+3)}{5} - \frac{30 \cdot (11x-9)}{6} + \frac{30 \cdot (4x+3)}{15} = \frac{30 \cdot (11x+15)}{10}$<br>$6(8x+3) - 5(11x-9) + 2(4x+3) = 3(11x+15)$ |
| <b>משימה 4</b> | $48x + 18 - 55x + 45 + 8x + 6 = 33x + 45$<br>$x + 69 = 33x + 45$                                                                                                   |
| <b>משימה 5</b> | $69 - 45 = 33x - x$<br>$24 = 32x$<br>$\frac{24}{32} = x$<br>$0.75 = x$                                                                                             |
| <b>משימה 6</b> | $\frac{8 \cdot 0.75 + 3}{5} - \frac{11 \cdot 0.75 - 9}{6} + \frac{4 \cdot 0.75 + 3}{15} = \frac{11 \cdot 0.75 + 15}{10}$<br>$2.325 = 2.325$                        |

**פתרון:**

$$x = \frac{3}{4}$$

# השוואת תהליכי פתרון

לפניכם שלבי פתרון למשוואות ממעלה ראשונה, ושלבי פתרון למשוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים. קראו את שלבי הפתרון, וענו על השאלות שבעמוד הבא.

## תרשים 1

שלבי פתרון משוואה ממעלה ראשונה

### 1. פתיחת סוגריים

### 2. כינוס איברים בכל צד של המשוואה

- חיבור או חיסור  $x^2$  (אם יש)
- חיבור או חיסור  $x$  (אם יש)
- חיבור או חיסור מספרים חופשיים

### 3. בידוד הנעלם

נעלם ומקדמים בצד אחד של המשוואה, ומספרים חופשיים בצד השני של המשוואה.

### 4. חילוק ומציאת הנעלם

- חילוק המספר החופשי במקדם של הנעלם
- מציאת הנעלם

### 5. בדיקה

הצבת הפתרון במקום הנעלם במשוואה, ובדיקה ששני צדי המשוואה שווים (כלומר שבכל צד תוצאה זהה).

## תרשים 2

שלבי פתרון משוואה ממעלה ראשונה הכוללת שברים

### 1. ביטוי המספרים השלמים כשברים

### 2. מציאת מכנה משותף

בדיקה אם כל המספרים מתחלקים במכנה הגדול ביותר, ללא שארית. אם לא, להכפיל אותו ב-2. אם גם אז לא כולם מתחלקים ללא שארית, יש להכפיל ב-3, וכן הלאה, עד שמוצאים מספר שכל המכנים הם גורמים שלו.

### 3. הכפלת שני אגפי המשוואה במכנה המשותף וביטול השברים על ידי חילוק

### 4. כינוס איברים בכל צד של המשוואה

- פתיחת סוגריים אם צריך
- חיבור וחיסור גורמים בעלי מאפיינים דומים בכל צד של המשוואה

### 5. בידוד הנעלם ומציאת פתרון

- העברת אגפים: נעלם בצד אחד של המשוואה ומספרים בצד השני של המשוואה.
- חילוק המספר השלם במקדם של הנעלם ומציאת פתרון.

### 6. בדיקה

הצבת הפתרון במקום הנעלם במשוואה, ובדיקה ששני צדי המשוואה שווים (כלומר שבכל צד תוצאה זהה).



שאלות למחשבה על שני התרשימים המציגים תהליכי פתרון למשוואות

אילו שלבים נמצאים בתרשים 2, ואינם נמצאים בתרשים 1?

---

---

---

אילו שלבים נמצאים בשני התרשימים?

---

---

---

לאיזה שלב/ים בתרשים מספר 1 מקביל שלב מספר 4 בתרשים מספר 2?

---

---

---

באופן דומה, מה תוכלו לומר על שלב מספר 5 בתרשים מספר 2?

---

---

---

נסו ליצור תרשים אחד שיכלול את שני התרשימים האלו!

## יצירת משוואה ממעלה ראשונה הכוללת שברים

כל מי שיודע לפתור משוואות ממעלה ראשונה הכוללות שברים, יכול ליצור משוואות כאלה. להזכירכם, כדי ליצור משוואה, עלינו להתייחס לעיקרון הבסיסי של משוואה: **שני צדי המשוואה מראים אותה תוצאה.**

על מנת ליצור משוואה עם שברים, ניצור קודם כל משוואה פשוטה:

$$\begin{array}{ccc} 2 + 4 = 8 - 2 & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ 6 & = & 6 \end{array}$$

כעת, נבטא כל מספר באמצעות שבר:

את המספר 2 אפשר לבטא, למשל, בצורה כזו:  $\frac{4}{2}$  (ובצורות רבות אחרות. העיקר שתוצאת החילוק תהיה 2).

את המספר 4 אפשר לבטא, למשל, בצורה כזו:  $\frac{12}{3}$  (או בכל צורת שבר אחרת שתוביל לתוצאה 4).

את המספר 8 אפשר לבטא, למשל, בצורה כזו:  $\frac{16}{2}$  (או בכל צורת שבר אחרת שתוביל לתוצאה 8).  
את המספר 2 אפשר לבטא גם בצורה הזו:  $\frac{2}{1}$  (ובצורות רבות נוספות).

כעת, נחזור למשוואה הפשוטה ונבטא אותה באמצעות שברים:

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{2} + \frac{12}{3} = \frac{16}{2} - \frac{2}{1} & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ 6 & = & 6 \end{array}$$

כעת, אנו יכולים לבחור אחד מהמונים (נבחר למשל את המספר 4) ולהפוך אותו ל-X. המשוואה תיראה כך:

$$\frac{x}{2} + \frac{12}{3} = \frac{16}{2} - \frac{2}{1}$$

