

פרק 10: בחינת הנתונים

כלי החשיבה שנעסוק בו בפרק זה הוא **בחינת הנתונים**.
כלי חשיבה זה אינו זוכה לתשומת הלב הראויה לו, מסיבות מובנות, אם כי לא מוצדקות:
הסיבות המובנות הן שבבעיות שמוצגות בפני התלמידים בבית-ספר, יוצאים תמיד מתוך הנחה שהנתונים "בסדר", כלומר, שאין נתונים חסרים, עודפים או סותרים, ושהבעיה תואמת את הנתונים.
אבל דווקא העובדה שסיבות אלה מובנות מאליהן הופכת אותן לבלתי-מוצדקות, כי הבעיות שאנו נתקלים בהן בחיים אינן סינתטיות, ובדרך כלל הנתונים שבידינו אינם מושלמים.



1. לפתח חשיבה ביקורתית.⁶

החינוך לחשיבה ביקורתית כולל שני היבטים:
(א) פיתוח המיומנות הביקורתית – למשל, כאשר המורה מלמד את התלמיד לבדוק את התוצאה שהגיע אליה בתרגיל מתמטי או אחר באמצעות חשיבה, או כאשר המורה מבקר דרך פתרון מסוימת כי בבדיקה התברר שה"פתרון" שהתקבל אינו עונה על תנאי הבעיה.
(ב) פיתוח תכונות אופי הקובעות את יחסו של האדם אל העולם כולו. משמעות הקניית תכונות אופי כזו היא פיתוח דחף חיובי להעריך בצורה ביקורתית כל דבר לפני שהאדם נוקט עמדה כלפיו, כולל הפעלת ביקורת כלפי הביקורת והכלים שמשתמשים בהם לצורך זה; לא לקבל שום דבר כמובן מאליו, אך גם לא לפתח חוסר אמון לכול, אשר משתק כל חשיבה ביקורתית חיובית. תכונות אופי זו תופעל גם כאשר האדם קורא ספר או עיתון, שומע הרצאה, מקבל חוות דעת רפואית או טכנית, או חושב על עצמו, מחשבותיו ומעשיו.

זה המקום לדון עם התלמידים בנושא של קריאה ביקורתית, החל בקריאת עיתון, דרך קריאת מאמר וכלה בקריאת בעיה במתמטיקה. מוכרת הנטייה להתייחס בכבוד מיוחד למילה הכתובה, או לשאלה שהמורה מציג בכיתה. אולם בחיים יש לפתח קריטריונים לבחינת המהימנות של הדברים הכתובים. אפשר לבקש מהתלמידים להביא דוגמאות למקרים שבהם האמינו למשהו כתוב (חשבון של סופרמרקט, פרסומות בעיתונים) או למילה של מומחה (זבן בחנות, טננאי, מדען) מבלי לבחון זאת וגילו שלא הייתה הצדקה לאמון. כדאי גם לחקור דוגמאות למקרים שבהם, בשל גישה שלילית או דעות קדומות, לא התייחסו באמון לדבריו של מישהו (תיאוריה מדעית, הערכה או טענה של פוליטיקאי, אזהרה בהוראות שימוש של משהו) והתברר דווקא כי אי-האמון הבלתי-ביקורתי לא היה מוצדק. בדיון כזה קיימת סכנה של היחספות, לכן כדאי לקצוב זמן מוגבל לפעילות זו.

⁶ ראו גם הספר **חינוך לחשיבה ביקורתית** - ערך ותרגום יורם הרפז, הוצאת מאגנס ליד האוניברסיטה העברית ומכון ברנקו וייס לטיפוח החשיבה, ירושלים, תשנ"ו.

2. לפתח מודעות לאפשרות של נתונים לא מושלמים. להיות ערים לכך שבכל שטח שעוסקים בו (פוליטיקה, חיי יום-יום, תחומי ידע, וכו') ייתכן מצב שבו הנתונים אינם מוגדרים דיים, אין מספיק נתונים כדי לפתור את הבעיה או כדי לקבל החלטה, או מופיעים נתונים מיותרים או סותרים. כשדיברנו בפרק קודם על נתונים גלויים וסמויים היו מצבים שבהם חסרו לכאורה נתונים, ואחת המטרות של הפרק הייתה לגלות אותם. אבל ייתכן גם שאם הפותר יחפש עוד ועוד, הוא לא יוכל למצוא את הנתונים החסרים.

כאשר מדובר בבעיה במתמטיקה, ייתכן שהבעיה אינה מתקבלת על הדעת; ייתכן שאכן חסרים נתונים; ייתכן שהנתונים סותרים זה את זה; ייתכן שלא ניתן בכלל לענות על הבעיה; ייתכן שהנתונים אינם רלבנטיים וכו'.

3. לפתח הרגל "לחבוש כובע לבן".⁷

"כובע לבן" הוא אחד מתוך ששה כובעי חשיבה. "ששת כובעי החשיבה" היא שיטה לביצוע סוג חשיבה אחד בלבד בכל זמן נתון, במקום לעשות הכול בו-זמנית. כל כובע הוא בצבע שונה, וכל צבע מסמן סוג אחד של חשיבה.

הכובע הלבן (הניטרלי) מסמן עובדות, מספרים, מידע. הוא עונה על שלוש שאלות מפתח: איזה מידע יש בידנו? איזה מידע חסר לנו? איך אנו משיגים את המידע הדרוש לנו?

4. לפתח כלים לגילוי עודף או חוסר בנתונים בבעיות במתמטיקה.

5. לנסות להתגבר על נתונים בלתי-מושלמים. לעתים איננו יודעים לפתור בעיה בדרך אלגברית, וניחוש הוא הדרך היחידה להגיע לפתרון כלשהו. לעתים צריך "להמציא" נתונים הגיוניים וכו'.

עבודה על דוגמאות בתיווך המורה

חוסר בנתונים

בפרקים הקודמים עסקנו במיפוי בעיות סילוליות. בעת שמבצעים את המיפוי קורה שמבחינים מיד שחסרים נתונים.

דוגמה 1

יוסי קנה בבוקר כיכר לחם. בארוחה שבה יוסי רעב מאוד הוא אוכל שתי פרוסות. בארוחה שבה הוא פחות רעב הוא אוכל פרוסה אחת. לכמה ימים תספיק כיכר הלחם?

האם אפשר לענות על השאלה? מדוע?

כמובן שחסרים נתונים שיפרטו מתי יוסי רעב מאוד ומתי לא כל-כך, וכן כמה פרוסות הן כיכר לחם.

⁷ הכוונה ל"חבישת כובע לבן" על-פי אדוארד דה-בוננו. ראו למד את ילדך לחשוב, הוצאת מכון ברנקו וייס לטיפוח החשיבה, ירושלים 1993.

דוגמה 2

על העץ היו 100 תפוחים. רינה קוטפת ואוכלת בכל יום 5 תפוחים. לכמה ימים יספיקו לה התפוחים?

בעיה זו נראית פשוטה וברורה. אולם כדי שתהיה כזו יש להניח מספר הנחות: שבמשך הימים לא נוספים תפוחים על העץ; שאיש מלבד רינה אינו קוטף תפוחים; שהתפוחים אינם נרקבים. מה עוד? לעתים קורה שרק בשלב שבו בונים את המשוואות המתאימות לפתרון מגלים שמספר המשוואות אינו תואם את מספר המשתנים.

דוגמה 3

קניתי 3 ק"ג כרוב ו-5 ק"ג מלפפונים ושילמתי 27 ש"ח. מה מחיר ק"ג של כל ירק? אחרי מיפוי הבעיה וקביעת המשתנים (למשל, x – המחיר בשקלים של ק"ג כרוב ו- y – המחיר בשקלים של ק"ג מלפפונים)

המשוואה המתקבלת תהיה $3x+5y=27$ מה תוכלו לומר על הפתרון(ות) של המשוואה הזו? למשוואה אחת בשני נעלמים יש אינסוף פתרונות. למשל, בידקו האם ייתכן פתרון כמו $x=4; y=3$? כלומר מחיר ק"ג כרוב הוא 4 ש"ח (ומחיר כל הכרוב 12 ש"ח) ומחיר ק"ג מלפפונים הוא 3 ש"ח (ומחיר כל המלפפונים 15 ש"ח).

נסו להציע מחירים אחרים שמהווים פתרון למשוואה. כדי שאפשר יהיה למצוא פתרון יחיד למשוואה כזו צריך או למצוא נתון נוסף, וכך להפוך אותה למשוואה עם נעלם אחד, ואז יוכל להיות לה פתרון יחיד. למשל אם נוכל להוסיף את הנתון "מחיר ק"ג כרוב הוא 2.5 ש"ח". מתקבלת המשוואה: $7.5+5y=27$ שקבוצת האמת לה היא $\{y=4.9\}$. כלומר, מחיר ק"ג מלפפונים הוא 4.90 ש"ח. או שמחבר הבעיה יוסיף משוואה עם שני נעלמים, ואז תתקבל מערכת שתי משוואות עם שני נעלמים. למשל, להוסיף את הנתון "כשקניתי 4 ק"ג כרוב ו-3 ק"ג מלפפונים (המחיר לק"ג לא השתנה) שילמתי 25 ש"ח". למערכת של שתי משוואות עם שני נעלמים ייתכן פתרון יחיד.

עודף נתונים

ייתכן גם שיש בבעיה נתון או נתונים מיותרים. ואז, או שהנתון המיותר פשוט מבלבל אותנו ואנו חוששים להתעלם ממנו שמא בכל זאת הוא חשוב, או שאנו מתקשים להחליט על איזה מהנתונים אפשר לוותר.

דוגמה 4

מכונית נוסעת במהירות ממוצעת של 60 קמ"ש במשך 3 שעות. אחרי שעברה 180 ק"מ היא חוזרת במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות שבה נסעה לראשונה. כמה זמן נסעה בדרך חזרה? מקריאת הבעיה ברור מיד שמכונית שמהירותה הממוצעת 60 קמ"ש עוברת במשך 3 שעות 180 ק"מ. נתון זה מיותר ומבלבל. אפשר לוותר עליו, אך על ידיעת המהירות הראשונה, אך על ידיעה שהמכונית נסעה את הדרך הלוך במשך 3 שעות. בכל אחד מן המקרים תתקבל בעיה הניתנת לפתרון.

נתונים שאינם הגיוניים

ייתכן גם שיש בבעיה נתון או נתונים מיותרים. ואז, או שהנתון המיותר פשוט מבלבל אותך ואתם חוששים להתעלם ממנו שמא בכל זאת הוא חשוב, או שאתם מתקשים להחליט על איזה מהנתונים אפשר לוותר.

דוגמה 5

קניתי 3 ק"ג כרוב ו-5 ק"ג מלפפונים ושילמתי 27 ש"ח. מחיר ק"ג מלפפונים הוא 10 ש"ח. מה מחיר ק"ג כרוב?

הנתונים חייבים להיות הגיוניים. אם מחיר ק"ג מלפפונים 10 ש"ח, מחיר 5 ק"ג מלפפונים 50 ש"ח, כלומר יותר מהמחיר הכולל שהוא 27 ש"ח.

נתונים סותרים

ייתכן גם שיש בבעיה נתונים הסותרים זה את זה ואז אתם מתקשים להחליט איזה מהנתונים נכון ואיזה לא.

דוגמה 6

הייתה לי כוס מלאה בתמיסת כוהל בריכוז של 70% (שאר 30% האחוזים היו מים). שפכתי ממנה 50 סמ"ק ומזגתי במקומם מים. מה הייתה כמות התמיסה אם אחוז הכוהל בתמיסה בסופו של דבר היה 80%?

ברור שאם המשפט הראשון נכון, המשפט השני אינו יכול להיות נכון, כי אחוז הכוהל חייב לרדת לאחר הדילול במים.

נתונים שאינם רלבנטיים לבעיה

ייתכן גם שיש בבעיה נתונים שאינם מאפשרים לענות על השאלה.

דוגמה 7

משקל כוס מלאה הוא 250 גר'. משקל הכוס כשהיא ריקה הוא 200 גר'. מה נפח הכוס?

ברור שהנתונים אינם רלבנטיים לשאלה (אפשר להתייחס לכך כאל מקרה של חוסר בנתונים – חסר המשקל הסגולי של הנוזל שבכוס).

סיכום – מה למדנו בפרק זה?

סכמו בכיתה מהם הדברים החשובים שלמדנו בפרק זה.

תרגילים ?

בכל אחת מן הבעיות הבאות הנתונים אינם מאפשרים לפתור את הבעיה: לעתים מופיע עודף נתונים, ולעתים חסרים נתונים, לעתים הנתונים סותרים זה את זה וכדומה. בידקו בכל בעיה: אם חסר נתון או מופיע נתון מיותר. מיחקו את המיותר בשורת התשובה. אם יש נתונים עודפים – ציינו מה הם (התשובה אינה בהכרח חד-ערכית) ומדוע לדעתכם הם עודפים. אם חסרים נתונים – ציינו מה חסר ומדוע, והוסיפו נתונים לפי ראיות עיניכם, כך שניתן יהיה לפתור את הבעיה. אם הנתונים סותרים או אינם הגיוניים או אינם רלבנטיים לשאלה – ציינו היכן טמון הקושי.

תרגילי אתגר מסומנים ב- *

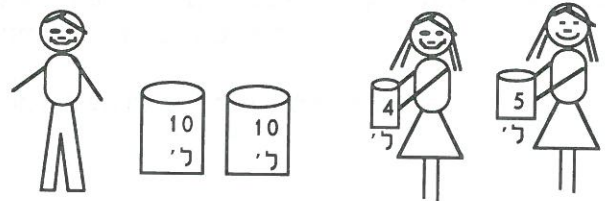
1. על מגרש ששטחו דונם אחד בונים בתים ששטחם 250 מ"ר. מהו השטח שנשאר לגינון?
2. נתון ריבוע ששטחו 10,000 מ"ר ו-10 ריבועים ששטחם 10 סמ"ר.
3. במשק יש תרנגולות ופרות. בסה"כ יש 60 ראשים, 130 אוזניים ו-150 רגליים. כמה בעלי-חיים מכל סוג במשק?
4. במשושה 5 אלכסונים יותר מאשר במחומש. כמה אלכסונים במחומש?
5. תלמיד ענה נכון על 10 שאלות במבחן. מה ציונו באחוזים?
6. מחיר חולצה כולל מע"מ הוא 60 ש"ח. מהו המע"מ עבור 10 חולצות?
7. מספר הבנות בכיתה הוא $\frac{2}{3}$ ממספר הבנים. מספר הבנים בכיתה הוא 14. כמה תלמידים בכיתה?
8. תינוק נולד במשקל 3,250 גר'. בשנה הראשונה שילש את משקלו. בשנה השנייה הוסיף למשקלו עוד 5 ק"ג. מה היה משקלו כשהיה בן שנה וחצי?

9. היקף ריבוע 40 ס"מ ושטחו 200 סמ"ר.
מה אורך צלע הריבוע?
10. רוכב אופניים נוסע במהירות ממוצעת של 20 קמ"ש במשך 3 שעות. אחרי שעבר 60 ק"מ נח שעה וחזר במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות שבה נסע לראשונה.
כמה זמן נסע בדרך חזרה?
11. סירה שטה במים שקטים במהירות 60 קמ"ש. מהירות הזרם היא 5 קמ"ש.
בכמה זמן שטה הסירה עם הזרם מנקודה A עד לנקודה B?
12. האב בן 42 ובנו בן 12. בעוד 4 שנים יהיה גיל האב פי 3 מגיל בנו.
לפני כמה שנים היה גיל האב פי 4 מגיל הבן?
13. מהירות מכונית אחת 80 קמ"ש, ומהירות מכונית שנייה 1,000 מ'/דקה.
שתי המכוניות נוסעות מנקודה א' לנקודה ב'.
כמה זמן תמשך הנסיעה של כל אחת מן המכוניות?
14. לשושי 100 ש"ח. היא קנתה מחברת וספר. לקניית הספר הוציאה $\frac{1}{5}$ מכספה. לקניית המחברת הוציאה 5 ש"ח. סה"כ הוציאה 25 ש"ח. כמה מחברות וכמה ספרים היא יכולה לקנות בשארית כספה?
15. מכוס שמכילה 1 ליטר התנדפו 10% מהנוזל. מילאו את הכוס ושוב התנדפה אותה כמות. חזרו על התהליך מספר פעמים.
כמה מים התנדפו בסה"כ?
16. מיכל דלק מכיל 200 ליטר. השתמשו ב-1,000 סמ"ק ביום. אחרי שבוע מילאו את המיכל והמשיכו להשתמש בדלק בקצב שונה.
אחרי כמה זמן התרוקן המיכל?
- 17*. 4 פועלים מחברת "המומחה" מסוגלים לסיים עבודה מסוימת ב-14 ימים. 3 סטודנטים מסוגלים לסיים אותה עבודה ב-35 ימים.
במשך כמה ימים תסתיים העבודה אם יעבדו כולם יחד?
- 18*. עד עתה, הציון הממוצע שלי בלשון הוא 78. עד סוף השנה יתקיים עוד מבחן.
איזה ציון עלי לקבל במבחן הנוסף כדי שהממוצע השנתי של ציוניי יהיה לפחות 82?
- 19*. ממוצע הציונים שלי היה 78. השבוע התקיימו שתי בחינות ובהן קיבלתי 80 ו-90.
מהו הציון הממוצע שלי עכשיו?
- 20*. 90% מהתלמידים בכיתה אוהבים ספורט, 10% אוהבים ספרות, ו-40% אוהבים אנגלית. כמה ילדים אוהבים גם ספורט וגם אנגלית?

21*. ארבעה פועלים מבצעים עבודה מסוימת.

הפועל הראשון היה יכול לבצע את העבודה לבדו ב-4 שעות יותר מאשר הפועל השני לבדו.
הפועל הראשון היה יכול לבצע את העבודה לבדו בזמן כפול מזה של הפועל השלישי לבדו.
הפועל השלישי היה יכול לבצע את העבודה לבדו בזמן הגדול ב-50% מהזמן הדרוש לפועל הרביעי לבדו.
כמה זמן דרוש לכל אחד מהפועלים לבצע את העבודה לבדו?

22*. שתי נשים באו אל החלבן וכל אחת מהן רצתה שני ליטרים חלב. לאשה אחת היה סיר שמכיל 4 ליטרים. לשנייה היה סיר שמכיל 5 ליטרים. לחלבן היו שני כדים מלאים חלב שכל אחד מהם הכיל 10 ליטרים. לא היו לחלבן כל כלי מדידה אחרים. איך ימלא החלבן את מבוקשן של הנשים?



חישבו על מיפוי הבעיה ועל כל הנתונים.

הכללה ומודעות לתהליכי חשיבה לגבי "בחינת הנתונים"

על-פי התרגילים הניתנים בפרק זה, נסו לנסח כללים שיעזרו לדעת מתי חסר נתון, מתי נתון מיותר, כיצד יודעים שנתונים סותרים או אינם רלבנטיים.

מדוע מפריע לנו שיש נתון חסר ומדוע מפריע לנו שיש נתון מיותר?

האם קיים קשר בין מספר המשתנים לבין מספר התנאים שעל-פיהם ניתן לבנות משוואות?

! תשובות

1. **חסר נתון או נתונים לא הגיוניים:** לא נאמר כמה בתים בונים. אם בונים 4 בתים, לא נותר מקום לגינן.
2. **חסר נתון:** חסרה השאלה – מה מבקשים לדעת?
3. **נתון מיותר וסותר:** מספר האוזניים – לכל ראש יש שתי אוזניים. הנתון מיותר אך מעורר חשד בנכונות הנתון הראשון (על מספר הראשים).
4. **חסר נתון:** לא נאמר כמה אלכסונים במשושה. למעשה ניתן לחשב מהו מספר האלכסונים במחומש בלי קשר למספר האלכסונים במשושה, ואז הנתון על הקשר ביניהם מיותר.
5. **חסר נתון:** לא נאמר כמה שאלות היו במבחן, וגם לא האם לכל השאלות ניקוד זהה.
6. **חסר נתון:** לא נאמר מהו שיעור המע"מ.
7. **נתון לא הגיוני או סותר:** $2/3$ מ-14 הוא מספר לא שלם, ולא ייתכן שמספר הבנות בכיתה אינו מספר שלם.
8. **חסר נתון:** לא ידוע מהו קצב שינוי המשקל מגיל שנה עד גיל שנה וחצי (מהבעיה ברור שקצב הגידול אינו אחיד).
9. **נתון מיותר וסותר:** אם היקף הריבוע 40 ס"מ, הרי שצלעו 10 ס"מ. והשטח 100 סמ"ר. הנתון על השטח אינו דרוש, אבל הנתון שהשטח הוא 200 סמ"ר עומד בסתירה לנתון בדבר ההיקף.
10. **נתון מיותר:** יש כאן כפילות – גם נאמר שנסע 3 שעות במהירות 20 קמ"ש – כלומר 60 ק"מ, וגם מוזכרת שוב הדרך – 60 ק"מ. זהו נתון מבלבל. אפשר לוותר על כל אחד מן הנתונים האלה (רק על אחד מהם).
11. **חסר נתון:** חסר המרחק בין נקודה A עד לנקודה B.
12. **נתון מיותר וסותר:** ניתן להסיק את מה שיקרה בעוד 4 שנים מן הנתונים, אך הנתון הזה עומד בסתירה לנתונים על גילי האב ובנו היום.
13. **חסר נתון:** חסר המרחק בין נקודה א' לנקודה ב'.
14. **נתון מיותר/חסר:** אין צורך לומר ששושי הוציאה 25 ש"ח. זאת ניתן להסיק. יחד עם זאת לא נאמר האם יש מחיר אחיד לספרים ולמחברות.
15. **חסר נתון:** לא נאמר כמה פעמים חזרו על התהליך.
16. **חסר נתון:** לא נאמר באיזה קצב רוקנו את המיכל אחרי שבוע.

17. **נתון מיותר:** הנתונים בדבר מספר הפועלים בכל קבוצה מיותר ורק מבלבל. בפתרון מתייחסים לכל קבוצה כאילו הייתה פועל אחד.

18. חסר נתון: חסר מספר הבחינות שעל פיהן חושב ממוצע הציונים.

מחשבים ממוצע על-ידי חיבור כל הציונים, וחלוקה במספר הציונים.

אם x מייצג את הציון שאני רוצה להשיג, ו- y מייצג את מספר המבחנים עם עתה, תהייה המשוואה

$$(78y+x)/(y+1)=82$$

המתאימה :

זוהי משוואה שמופיעים בה שני משתנים, ואין לה פתרון יחיד.

אילו הוסיפו נתון "עד עתה נערכו 4 מבחנים", כלומר $y=4$

הייתה המשוואה, $(78*4+x)/(4+1)=82$. זוהי משוואה פשוטה שפתרונה הוא $x=98$.

מהפתרון הזה רואים בבירור שאם היו עד עתה יותר מ-4 מבחנים, אין לי סיכוי להגיע לממוצע 82.

19. חסר נתון: גם כאן מספר הבחינות שעל פיהן חושב ממוצע הציונים.

מחשבים ממוצע על-ידי חיבור כל הציונים, וחלוקה במספר הציונים.

אם x מייצג את הממוצע החדש ו- y מייצג את מספר המבחנים עם עתה,

תהייה המשוואה המתאימה: $(78y+80+90)/(y+2)=x$

אם לא יודעים מהו y , אי אפשר לחשב באופן חד-ערכי את x .

אם נוסיף נתון, למשל, "עד עתה נערכו 4 מבחנים", כלומר $y=4$

תהיה המשוואה, $(78*4+170)/(6)=x$. זוהי משוואה פשוטה שפתרונה $x=80.33$.

20. **נתון מיותר:** הנתון על אחוז התלמידים האוהבים ספרות מיותר ומבלבל.

21. חסר נתון: לגבי אף אחד מהפועלים לא נתון משך הזמן שבו הוא מבצע את העבודה. אילו היה נתון זמנו של הפועל הרביעי, או אף של אחד משלושת הפועלים הראשונים, היה ניתן לבטא את כל ההספקים.

22. **אולי חסר נתון ואולי נתון מיותר:** השרטוטים להלן מראים שתי דרכים להפיק 2 ל'. אבל זאת בהנחה (חסר נתון?) שלסירים צורה גלילית. (א) אם נמלא את הסיר של ה-4 ל' ונשפוך ממנו לסיר השני עד שהאלכסון יגיע עד לשפת הכלי (ראו ציור), יישארו בכל אחד מהכלים 2 ל'. (ב) אם ממלאים את הכלי של ה-5 ל' וממנו ממלאים את הכלי של ה-4 ל' ניתן לסמן 1 ל' ובעזרת הסימון למדוד. אם לא מניחים את צורת הכלים, יש לבצע העברות מכלי לכלי (נסו וודאי תצליחו).

5. KXfCl_2 ыс. O_2 ы f . KXCl ы. KXCl_2 ы f . f KCl ы. O_2 ы f . f KCl ы. O_2 ы f .

2. $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$

3. 2 (5-6) 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 10

2. $x \in C$ and $f(x) \in f(C)$ if and only if $x \in C$ and $f(x) \in f(C)$.

1. $\kappa\theta\epsilon\iota\delta$ $\kappa\chi\varsigma$ $\alpha\iota$, $\zeta\varsigma$, $\theta\zeta$ ϵ ζ , $\kappa\theta\epsilon\iota\delta$ $\kappa\varsigma$, $\theta\zeta$ ϵ ζ , $\zeta\varsigma$, $\theta\zeta$ $\epsilon\zeta$, $\iota\kappa\chi\iota$ $\kappa\alpha\zeta\iota\delta$ $\zeta\kappa\varsigma$ $\alpha\iota$.



האם הנתון שלפיו נפח כל אחד מהמיכלים של החלבן 10 ל' אכן דרוש?