

פרק 4: דרוש/ה מתורגמן/ית מעברית לאלגברה

כלי החשיבה שנעסוק בו בפרק זה הוא **הסבת (תרגום) ביטוי משפה מילולית (עברית, אנגלית וכו') לתבנית מספר**.

דונו בקבוצות בשאלה: מהן התכונות שאנו מחפשים במתורגמן/ית.

בין השאר: שליטה בשתי השפות (הכרת האותיות שבהן משתמשים בשתי השפות, המלים, כללי הדקדוק וכו');
הבנת תוכן ומשמעות המשפטים (על מנת לתרגם לא רק את המלים אלא גם את רוח הדברים);
לעתים צריך לתרגם מילה שיש לה יותר ממובן אחד. צריך לדעת, לפי ההקשר, לאיזה מהמובנים מתכוונים;
בעל/ת ניסיון רב שיהפוך את המיומנות לשטף ולזריזות.



1. לרכוש מודעות לשיטת החשיבה שמפעילים כאשר רוצים "לתרגם" מילים או ביטויים משפה מילולית (עברית) לשפת האלגברה: קודם צריך **להבין במה מדובר (ההקשר)**. מפעילים דרכי המחשה על-מנת להבין את התוכן (למשל, מנסים ליצור בדמיון תמונה של המצב ושל הגדלים שמדובר עליהם, או לתת למשתתפים ערכים מספריים). כדי לכתוב את הדברים בשפת האלגברה **מחליטים** על אות מסוימת שתייצג גודל שאין יודעים את כמותו המדויקת – **משתנה**, ובעזרתה מייצגים גדלים אחרים, בהתאם **לכללי הדקדוק של האלגברה**.
2. להבין שהשליטה בשפת האלגברה והשטף במעבר משפה לשפה **יעזרו** לנו לפתור בעיות מילוליות. בפרק זה נתרגל תרגום ברמה של מלים וביטויים ועדיין לא ברמה של משפטים או הסקת מסקנות.
3. לרכוש **מיומנות ושטף ב"תרגום" או ב"הסבה"** של משפט משפה מילולית לשפת האלגברה (מפסוק מילולי לתבנית מספר), ולהפוך את המיומנות להרגל חשיבה.
4. לרכוש את **הרגל השימוש בקונקרטיזציה ובהמחשה ככלי להפנמה ולהכללה**.

עבודה על דוגמאות בתיווך המורה

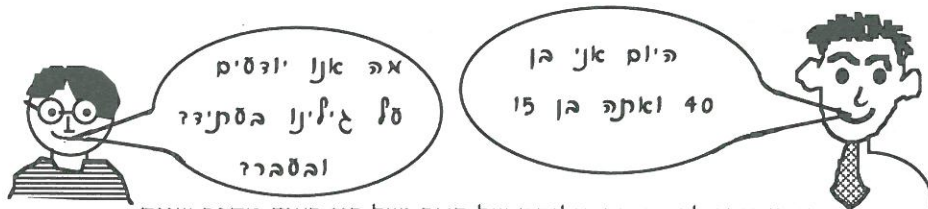


קראו את הסיפור הבא ("אב ובנו"), ודונו בקבוצות בשאלה: כיצד ניתן לבטא את דברי הבן בצורה אחרת?

דוגמה 1

אב ובנו

לפנינו בעיה מילולית (המנוסחת כולה במלים) שאנו רוצים לפתור:
היום האב בן 40 ובנו בן 15. האם נוכל לבטא את גיליהם בעתיד? ובעבר?



כיצד ניתן לבטא את גיליהם של האב ושל בנו בעוד מספר שנים (לאו דווקא מספר שלם של שנים)? ולפני מספר שנים?

בין האפשרויות הרבות:

1. לתאר את הגילים בעזרת טבלת ערכים (ראו דוגמה להלן).
2. להציג את ה"סיפור" בדרך גרפית.
3. להסב את הסיפור לשפת האלגברה, כלומר לתבניות מספר או לתבניות פסוק.

גיל האב	גיל בנו	
35	10	לפני 5 שנים
41	16	בעוד שנה
41.5	16.5	בעוד שנה וחצי
42	17	בעוד שנתיים
45	20	בעוד 5 שנים
		...
49	24	בעוד 9 שנים
50	25	בעוד 10 שנים

אפשרות אחת לביטוי

מהם היתרונות ומהם החסרונות של שיטת הצגה זו?

היתרון העיקרי הוא מוחשיות ההצגה.

החסרון העיקרי הוא שאין באפשרות טבלה לתאר את כל זוגות המספרים האפשריים.

דונו בקבוצות באפשרות להתגבר על חסרונותיה של הצגה באמצעות טבלת ערכים.

מסקנת הדיון: אחרי שמנסים לדמיין תמונת מצב וחושבים על מספר זוגות ערכים ממשיים, דרושה גישה שיטתית. במקרה זה, הפיכת האמירה המילולית לאמירה סמלית – מעברית לאלגברה.

אפשרות אחרת: במקום לכתוב מה יהיו הגילים בעוד שנה, שנתיים, שלוש שנים, שלוש וחצי שנים, ארבע שנים, או לפני שנה, לפני חמש ורבע שנים וכו'. נרשום **הכללה** של הטבלה ושל כל השורות שעוד לא כתבנו בה: נסמן את מספר השנים שיעברו או עברו ב- x .

גיל האב	גיל בנו	בועד x שנים
$40 + x$	$15 + x$	

דוגמה 2

ספר וכריכתו

מחיר כריכת ספר הוא רבע ממחיר הספר ללא הכריכה. מה מחיר ספר כרוך?

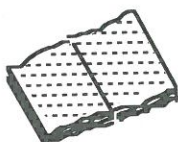
מחיר הספר ללא הכריכה	מחיר הכריכה	סכומם (מחיר ספר כרוך)
4	1	5
8		
10	2.5	12.5
11	2.75	

נניח ש:

ננסה צורת ביטוי שיטתית שתכלול את כל האפשרויות: ביטוי בשפת האלגברה:



מחיר: x

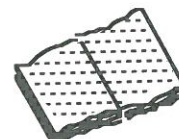


מחיר:

או



מחיר:



מחיר: x

אם נחליט לסמן את מחיר הספר ב- x .

מחיר הכריכה הוא רבע ממחיר הספר, לכן מחיר הכריכה הוא..... ומחיר ספר כרוך הוא.....

או, אם נחליט לסמן את מחיר הכריכה ב- x .

מחיר הספר הוא פי..... ממחיר הכריכה, לכן מחיר הכריכה הוא..... ומחיר ספר כרוך הוא.....

מה נראה לכם יותר?

נרשום **הכללה** של הטבלה, ושל כל השורות שעוד לא כתבנו בטבלה:

מחיר הכריכה	מחיר הספר ללא הכריכה	סכומם (מחיר ספר כרוך)
x	$4x$	$5x$

כלומר:

סיכום - מה למדנו בפרק זה?

סכמו בכיתה מהם הדברים החשובים שלמדנו בפרק זה.

תרגילים ?

בניגוד למה שעשינו בפרק הקודם, בפרק זה המעבר מהסיפור המילולי לשפת האלגברה נעשה ישירות, ללא החישובים בחשבון. כלומר, אחרי ששומעים (או קוראים) את הסיפור המילולי מנסים לברר במה המדובר. כדי להיטיב להבין מנסים להמחיש את הסיפור: ליצור בדמיון או על הנייר תמונה של המצב, לחשוב על ערכים אפשריים לגדלים שמדובר עליהם. כדי לבטא את הסיפור בשפת האלגברה, מחליטים על אות מסוימת שתייצג גודל שאין יודעים את כמותו המדויקת – משתנה, ובעזרתה מייצגים גדלים אחרים.

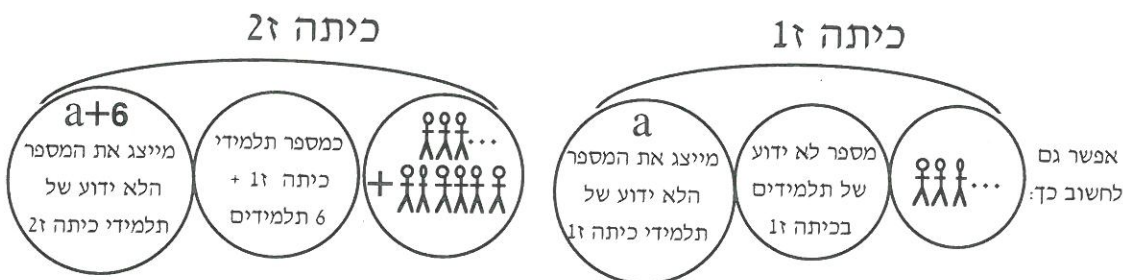
בתרגילים הבאים, הביעו את העובדות הבאות באמצעות סמלים מתמטיים (תבניות מספר). אם אפשר, הוסיפו לצד הבעיה ציור. אינכם חייבים לדעת לצייר – טיב הציור אינו חשוב כאן; חשוב להמחיש את הבעיה. השתדלו "לראות" את הבעיה.

הבעיות לא קובצו לפי נושאים, על מנת לשמור על גמישות במחשבה ולהלחם ב"הכנסת בעיות למגרות".

תרגילי אתגר מסומנים ב- *

בכל תרגיל ציינו גם באיזה סוג של מידה מדובר.

1. בכיתה ז' 6 תלמידים יותר מאשר בכיתה ז'.



המשתנה a מייצג את מספר התלמידים בכיתה ז'.

בכיתה ז' 2 _____ תלמידים.

2. בסל מלפפונים ועגבניות ומספר המלפפונים קטן ב-5 ממספר העגבניות.

המשתנה x מייצג את מספר העגבניות בסל.

היו בסל _____ מלפפונים.

בתרגילים שבהם גודל אחד גדול ממשנהו ב..., העיקרון הוא:
כדי להשוות גדלים, יש להוסיף לגודל ה _____, או להחסיר מ _____.
 יש להיזהר מלעשות את ההיפך (טעות נפוצה מאוד).
 דוגמה: אמי גדולה ממני ב-30 שנים. אמי בת 57. בת כמה אני? (ברור שגיל הבת 27 ולא 87).
 נניח שגילי יסומן ב- x שנים.
 אמי בת _____ שנים.
 ניסוח אחר: אני _____ מאמי ב- _____ שנים.
 מהירותו של הולך-רגל היא x קמ"ש.
 מהירותו של רוכב-אופניים היא $x+10$ קמ"ש.
 האם ייתכן שמהירות הולך-הרגל היא 20 קמ"ש וזו של רוכב-האופניים 10 קמ"ש?
 ניסוח אחר: מהירותו של רוכב-האופניים גדולה ב-10 קמ"ש מזו של הולך-הרגל. כיצד ניתן לבטא זאת בשפה אלגברית?
 אפשר: x מהירות הולך-הרגל, $x+10$ מהירות רוכב-האופניים, או
 אפשר: y מהירות רוכב-האופניים, $y-10$ מהירות הולך-הרגל.
 האותיות שונות כי הערכים של x ושל y שונים.

3. שאול קיבל דמי כיס, ודנה קיבלה פי k ממנו.
 המשתנה y מייצג את דמי הכיס, בש"ח, ששאול קיבל.
 דנה קיבלה _____ ש"ח.

4. כיתה לא מאוזנת: מספר הבנות בכיתה גדול פי 2 ממספר הבנים.
 בכיתה _____ בנים (בחרו אות שתייצג את מספר הבנים בכיתה).
 בכיתה _____ בנות.

בתרגילים שבהם גודל אחד גדול ממשנהו פי ..., העיקרון הוא:
כדי להשוות גדלים, יש להכפיל את הגודל ה _____, או לחלק את ה _____.
 יש להיזהר מלעשות את ההיפך (טעות נפוצה מאוד).

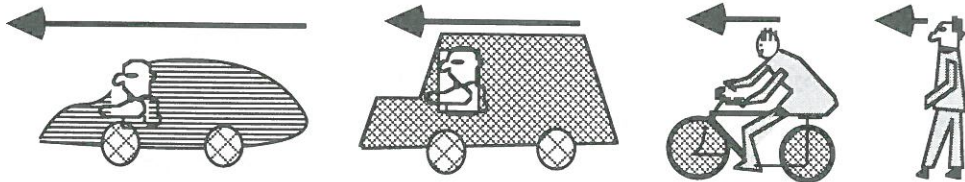
5. מספר ראשון גדול ב-7 ממספר אחר.
 המספר האחר מיוצג על-ידי המשתנה _____.
 כיתבו תבנית שתייצג את המספר הראשון: _____.
6. מהירות המכונית גדולה ב- b קמ"ש מ-3 פעמים מהירות האופניים.
 מהירות האופניים היא _____ קמ"ש.
 3 פעמים מהירות האופניים היא _____ קמ"ש.
 מהירות המכונית היא _____ קמ"ש.

בתרגיל זה אנו מתרגלים שימוש נכון בנוסחה: מהירות * זמן = דרך

$v=s/t$, או בווריאציה שלה: $v=st$

קשה "לראות" מהירות. לכן משתמשים בתיאור סמלי - חץ. כיוון החץ מבטא את כיוון התנועה (המהירות) וגודל החץ מבטא את גודל המהירות.

החצים אסמלים את המהירות. ככל שהמהירות גדולה יותר, כך החץ ארוך יותר.



7. מכונית נסעה מעיר אחת לשכנתה ועברה את הדרך ב-3 שעות.

נניח שאורך הדרך היא ____ ק"מ

מהירות המכונית היתה ____ קמ"ש.

8. בסל היה מספר מסוים של ביצים. אחרי שנשברו 5 ביצים נשארו מספר ביצים שלמות.

היו ____ ביצים.

נשארו ____ ביצים.

9. מיצאו שטחו של ריבוע.

אורך צלע הריבוע הוא ____ ס"מ.

שטח הריבוע הוא ____.

10. ברצוננו לרצף חדר מלבני.

רוחב המלבן הוא ____ מ'.

אורכו ____ מ'.

שטחו ____ מ"ר.

11. אורכו של מלבן גדול מרוחבו ב-3 ס"מ.

רוחב המלבן ____ ס"מ

שטחו ____ סמ"ר.

בתרגילים אלה מתרגלים שימוש נכון בנוסחת השטח: אורך * רוחב = שטח. שימו לב לכך שיחידות

שטח שונות מיחידות אורך.

12. גיל האב הוא עתה פי 4 מגיל הבן.

גיל הבן הוא עתה _____.

גיל האב הוא עתה _____.

בעוד 24 שנים יהיה גיל האב _____ שנים.

בתרגיל זה אנו מתרגלים שילוב של : פי ... ו-ב...



אני בן, ויש לי אחים ואחיות.

יש לי _____ אחים ו- _____ אחיות.

לאחי יש _____ אחים ו- _____ אחיות.

לאחותי יש _____ אחים ו- _____ אחיות.

מיונו של מספר הסיפור קובע את מספר אחיו ואחיותיו: אם הוא ממין זכר, מספר אחיו קטן ב-1 ממספר הבנים במשפחה.

14. הבנות מהוות $\frac{2}{3}$ מתלמידי הכיתה.

בכיתה _____ תלמידים.

מספר הבנות בכיתה הוא _____.

בתרגיל זה אנו משתמשים ביחס בין מספר הבנות למספר התלמידים לחישוב מספר הבנות.

$\frac{2}{3} * \text{מס' התלמידים} = \text{מס' הבנות}$

15. כרמלה קנתה מחברת וספר.

לקניית המחברת היא הוציאה $\frac{1}{5}$ מכספה, ולקניית הספר $\frac{1}{2}$ מכספה.

לכרמלה היו _____.

_____.

_____.

האם נשאר לכרמלה כסף?

אם כן, נשאר לה _____ ש"ח.

אם לא, חסרו לה _____ ש"ח.

16. מכונית נוסעת 7 שעות במהירות קבועה.

המהירות היא _____ קמ"ש.

אחרי 7 שעות עברה המכונית _____ ק"מ.

17. תלמיד ענה על 60 שאלות במבחן.

היו במבחן _____ שאלות.

ציונו באחוזים הוא _____.

18. האב גדול ב-5 שנים מהאם. האם גדולה במספר שנים מהבן.

גיל הבן הוא _____ שנים.

האם גדולה ב- _____ שנים מהבן.

גיל האם הוא _____ שנים.

גיל האב הוא _____ שנים.



19. משקל הבן 0.1 ממשקל אביו.

משקל האב הוא _____ ק"ג

משקל הבן הוא _____ ק"ג.

בתרגיל זה משתמשים בשבר עשרוני כיחס. $0.1 \times \text{משקל האב} = \text{משקל הבן}$.

20. שטח מלבן הוא 80 סמ"ר ואורכו גדול ב-2 ס"מ מרוחבו.

21. מטוס טס 2,000 ק"מ. כאשר הוא טס בכיוון הרוח, הטיסה נמשכת 4 שעות. כאשר הוא טס נגד כיוון הרוח,

הטיסה נמשכת 5 שעות.

מהירות המטוס היא _____ קמ"ש.

מהירות _____

מהירות התקדמות המטוס מואצת או מואטת על-ידי מהירות הרוח וכיוונה.

אם נתאר לעצמנו את המהירות כשהיא מבוטאת בעזרת חץ, הרי נסיעה בכיוון הרוח פירושה צירוף

(סכום) של מהירות המטוס ומהירות הרוח.

לעומת זאת נסיעה נגד כיוון הרוח פירושה שהחצים הם בכיוונים שונים. לכן יש לחסר את מהירות

הרוח ממהירות המטוס כדי לקבל את מהירות ההתקדמות.

כדי להמחיש רעיון זה נחשוב על מדרגות נעות.

אם עומדים על המדרגות – מתקדמים במהירות המדרגות. אם גם עולים – תהיה מהירות

ההתקדמות סכום מהירות המדרגות והצועד. אם יורדים במדרגות – תהיה מהירות ההתקדמות

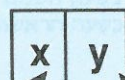
ההפרש בין מהירות המדרגות לבין מהירות היורד.

השוואה בין ביטוי חשבוני לביטוי אלגברי בהצגת מספרים
על-פי השיטה העשרונית

אלגברה

חשבון

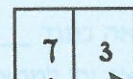
אספר דו-ספרתי



ספרות האמנות ספרות העשרות

באלגברה: xy אבטא אכפלת x ב- y

לכן אבטא אספר דו-ספרתי כ- $10y + x$

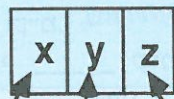


ספרות האמנות ספרות העשרות

$$70 + 3$$

$$10 \cdot 7 + 3$$

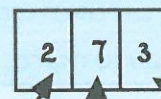
אספר תלת-ספרתי



ספרות האמנות ספרות העשרות ספרות מאות

באלגברה: xyz אבטא אכפלת x ב- y וב- z

לכן אבטא אספר תלת-ספרתי כ- $100x + 10y + z$



ספרות האמנות ספרות העשרות ספרות מאות

$$200 + 70 + 3$$

$$2 \cdot 100 + 10 \cdot 7 + 3$$

בהצגת מספרים עשרוניים (על פי השיטה העשרונית) לא רק הספרה חשובה אלא גם המקום שבו היא כתובה.

לפעמים חסרות אחדות, או עשרות או מאות במספר ואז יש במקומם 0.
כדי להגדיל מספר עשרוני פי 10 יש להוסיף מימינו 0. זה משנה את מקומן של כל הספרות.

22*. ספרת האחדות במספר דו-ספרתי היא a וספרת העשרות היא b .

המספר הדו-ספרתי הוא _____.

סכום הספרות הוא _____.

הופכים את סדר הספרות.

המספר הדו-ספרתי החדש הוא _____.

סכום הספרות הוא _____ האם השתנה?

עכשיו מוסיפים 0 בין ספרת העשרות והאחדות.

המספר התלת-ספרתי החדש הוא _____.

סכום הספרות הוא _____ האם השתנה?

*23. ספרת האחדות במספר דו-ספרתי היא 3 וספרת העשרות היא X

המספר הדו-ספרתי הוא _____

הופכים את סדר הספרות.

המספר הדו-ספרתי החדש הוא _____

עכשיו מוסיפים 0 בין ספרת העשרות והאחדות.

המספר התלת-ספרתי החדש הוא _____

*24. ספרת האחדות במספר דו-ספרתי קטנה מספרת העשרות ב-3.

ספרת העשרות היא _____

ספרת האחדות היא _____

המספר הדו-ספרתי הוא _____

מספר דו-ספרתי = (ספרת האחדות) + (ספרת העשרות) * 10

אם: ספרת האחדות היא X וספרת העשרות היא X+3, המספר: $10(X+3)+X$

אם: ספרת האחדות היא X וספרת העשרות היא 3X, המספר: $10(3X)+X$

*25. נכנסתי למכוניתי ונסעתי לעיר א'. רבע מהדרך עברתי במהירות (ממוצעת) של 75 קמ"ש.

המרחק בין הערים הוא _____ ק"מ.

במהירות של 75 קמ"ש נסעתי _____ ק"מ.

עברתי רבע מהדרך במשך _____ שעות.

*26. הנהג מן הבעיה הקודמת המשיך ונסע $\frac{1}{3}$ מיתרת הדרך במשך שתיים.

יתרת הדרך מהבעיה הקודמת היא _____ ק"מ.

הוא נסע במשך השעתיים _____ ק"מ.

עד עתה נסע _____ ק"מ.

עד עתה נסע _____ שעות.

עליו לנסוע עוד _____ ק"מ.

בתרגילים אלה עושים שימוש בנוסחת הדרך בווריאציות שונות. נוספת גם מיומנות חשבונית של

חילוק שבר במספר שלם.

$$\text{זיכרו: חילוק פירושו כפל במספר ההופכי. } \frac{x}{4} / 75 = \frac{x}{4} * \frac{1}{75}$$

*27. ספרת העשרות במספר תלת ספרתי היא 0. ספרת המאות גדולה מספרת האחדות פי 2.

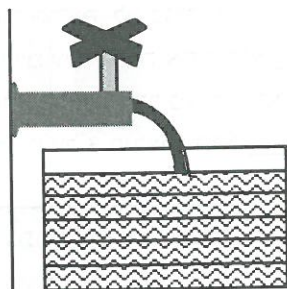
ספרת האחדות היא _____

ספרת המאות היא _____

המספר התלת-ספרתי הוא _____

המספר התלת-ספרתי הכתוב באותן הספרות בסדר הפוך הוא _____

28*. בבריכה פותחים את ברז המילוי ב-9:00 בבוקר. קצב מילוי הבריכה קבוע.



מילוי בשעה הרביעית
מילוי בשעה השלישית
מילוי בשעה השנייה
מילוי בשעה הראשונה

הבריכה תהיה מלאה בתוך _____ שעות.

הבריכה תהיה מלאה עד למחציתה בשעה _____.

תרגיל זה מסווג כ"בעיית הספק".

גם בעיות שבהן מדובר על פועלים המבצעים עבודה מסוימת בזמן מסוים מסווגות כ"בעיות הספק".

אך משום מה בעיות דרכים (הקשר בין דרך, מהירות וזמן) נחשבות כשייכות לקטגוריה שונה.

בעיות דרכים הן גם כן בעיות הספק.

המשותף לבעיות אלו הוא:

העבודה (או דרך, נפח בריכה וכו') = **זמן** * **הספק** (קצב, מהירות).

נסו לדמיין את המשפט הקודם.

29*. מחלקים מספר דו-ספרתי בסכום ספרותיו ומקבלים מנה ושארית.

ספרת העשרות _____

ספרת האחדות _____

המספר _____

סכום הספרות _____

המנה _____

השארית _____

בתרגיל זה אנו מתרגלים שוב ביטוי של מספר דו-ספרתי בעזרת ספרותיו (בשיטה העשרונית)

כ- $10x + y$ (x ספרת העשרות, y ספרת האחדות). סכום הספרות הוא: $x + y$.

את העובדה שכאשר מחלקים שני מספרים זה בזה ומתקבלת מנה c ושארית d ניתן לתאר בשתי צורות

(בחישוב): $47/11 = 4 + 3/11$

או $47 = 4 * 11 + 3$

(באלגברה): $(10x+y)/(x+y) = c + d/(x+y)$

או $10x+y = c(x+y) + d$

איזו מצורות הביטוי קלה יותר?

30* קניתי ב"המשביר" 3 חולצות. מחיר החולצה כולל מע"מ בשיעור 17% .

מחיר חולצה, לא כולל מע"מ, הוא _____ ש"ח.

המע"מ על חולצה אחת הוא _____ ש"ח.

מחיר חולצה, כולל מע"מ, הוא _____ ש"ח.

המע"מ על 3 חולצות הוא _____ ש"ח.

בתרגיל זה אנו מתרגלים חישוב אחוזים. המע"מ המהווה 17% ממחיר החולצה. מחיר החולצה, כולל מע"מ, הוא 117% מחיר החולצה ללא מע"מ.
מחיר ללא מע"מ + 17% מהמחיר ללא מע"מ = מחיר כולל מע"מ.
טעות מקובלת היא לומר שמחיר החולצה ללא מע"מ הוא 83% מהמחיר הכולל של החולצה.
חולצה שמחירה הכולל מע"מ הוא 100 ש"ח, מחירה ללא מע"מ הוא 85.47 ש"ח ולא 83 ש"ח.
מדוע? חשבו!

31* מערבבים תמיסת מלח בריכוז 20% עם מלח נקי.

כמות תמיסת המלח היא _____ ק"ג.

כמות המלח בתמיסה היא _____ ק"ג.

כמות המלח הנקי היא _____ ק"ג.

כמות המלח בתערובת היא _____ ק"ג.

32* מערבבים תמיסת מלח בריכוז 20% עם תמיסת מלח בריכוז 30%.

כמות תמיסת המלח של 20% היא _____ ק"ג.

כמות המלח בתמיסה של 20% היא _____ ק"ג.

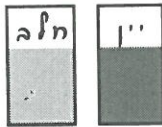
כמות תמיסת המלח של 30% היא _____ ק"ג.

כמות המלח בתמיסה של 30% היא _____ ק"ג.

כמות המלח בתערובת היא _____ ק"ג.

בבעיות שבהן מערבבים שתיים או יותר תערובות, למשל של מי מלח, ניתן לחשוב כך:
נניח שהמלח בתמיסה הראשונה הוא בגרמים אדומים. אם ידוע ריכוז המלח, קל לדעת את כמותו.
נניח שהמלח בתמיסה השנייה הוא בגרמים ירוקים. ריכוז המלח ידוע ולכן גם כמותו.
כאשר מערבבים את שתי התמיסות, יהיו בתערובת גרמים אדומים וירוקים, שבאו מהתמיסות שהזכרנו.
כמות התערובת היא סכום כמויות התמיסות. כמות המלח היא סכום כמויות המלח בתמיסות.
ריכוז המלח בתמיסה (באחוזים) = כמות המלח בתמיסה * 100, מחולקת בכמות התערובת.

חידה



על השולחן ניצבות שתי כוסות: באחת יש חלב; בשנייה יש יין. מעבירים כפית חלב ליין, ולאחר מכן מעבירים כפית מתערובת היין והחלב בחזרה לכוס החלב. האם יש יותר חלב ביין או יותר יין בחלב? באיזו כוס יש ריכוז גבוה יותר של החומר השני?

התשובה שבדרך-כלל עונים היא כי "כמובן, כמות החלב ביין גדולה מכמות היין בחלב, כי אל היין העברנו חלב נקי, ואל החלב העברנו יין מהול בחלב". תשובה זו אינה נכונה. כמות החלב ביין זהה לכמות היין בחלב. קשה מאוד לשכנע אנשים בנכונות התשובה כי היא נוגדת את התפיסה ה"הגיונית", וגם אחרי שהם "מבינים" את ההסבר הם אינם מעכלים את הפתרון. אבל דווקא משום כך כדאי להקדיש לנושא דיון בכיתה.

הסבר א': נניח, לצורך ההסבר, שהחלב מורכב מיחידות לבנות קטנות (נניח מכדורים לבנים). ונניח, שהיין מורכב מיחידות ורודות באותו הגודל (כדורים ורודים). העברנו x כדורים לבנים לכלי השני וערבבנו אותם עם הכדורים הורודים. (אם החשיבה המופשטת קשה, אפשר להניח ש- $x=100$). עכשיו, מתוך תערובת הכדורים אנו מוציאים שוב x כדורים. יש להניח כי רובם יהיו ורודים. נניח שיהיו בכפית y כדורים לבנים (ניתכן, אם הערבוב לא היה טוב, ש- $y=0$). לצורך הקונקרטיזציה נניח ש- $y=10$, ו- $(x-y)$ כדורים ורודים (90). אנו מוזגים את הכפית לכוס החלב. עכשיו יש בכוס החלב $(x-y)$ כדורים ורודים. כמה כדורים לבנים נשארו בכוס היין?

הסבר ב': לאחר ההעברות נשארת הכמות הכוללת של הנוזלים (חלב ויין) כפי שהייתה בהתחלה. אילו הכמויות של החומר האחד בשני לא היו זהות, היה נוצר מצב שבו הכמויות הכוללות של כל אחד מהנוזלים היו משתנות. שימו לב שבשני ההסברים לא הנחנו שכמויות החלב והיין בכוסות שוות. באשר לריכוז של חלב ביין ויין בחלב, זה תלוי, כמובן, בכמויות. אם הכמויות בשתי הכוסות היו זהות, גם הריכוז יהיה שווה. אם, למשל, כמות החלב גדולה יותר מאשר כמות היין, יהיה ריכוז היין בחלב קטן מאשר ריכוז החלב ביין. כדאי לחשב זאת בביטויים אלגבריים ובמספרים.



הכללה ומודעות לתהליכי חשיבה לגבי

"תרגום מעברית לאלגברה"

רישמו מהם הדברים שחשבתם עליהם כאשר עסקתם בהצגת ביטויים מילוליים כתבניות מספר, ומהם הכללים שעל-פיהם עבדתם.
האם היה איזשהו תהליך חשיבה משותף שהפעלתם על כל התרגילים?

את תהליך החשיבה בתרגילים הניתנים בפרק זה ניתן לתאר בעזרת תרשים זרימה:



תשובות !

1. בכיתה ז' $a+6$ תלמידים.
2. היו בסל $x+5$ מלפפונים.
3. דנה קיבלה xy ש"ח.
4. בכיתה a בנים ו- $2a$ בנות.
5. המספר השני מיוצג על-ידי האות a .
תבנית מספר המייצגת את המספר הראשון היא $a+7$.
6. נניח שהדרך היא d ק"מ.
מהירות המכונית הייתה $d/3$ קמ"ש.
מהירות האופניים היא a קמ"ש.
3 פעמים מהירות האופניים $- 3a$ קמ"ש.
מהירות המכונית היא $3a+b$ קמ"ש.
8. היו m ביצים.
נשארו $m-5$ ביצים.
9. אורך צלע הריבוע הוא a ס"מ.
שטח הריבוע הוא a^2 סמ"ר.
10. רוחב המלבן הוא a מ'.
אורכו b מ'.
שטחו ab מ"ר.
אורכו $a+3$ ס"מ.
רוחב המלבן הוא a ס"מ.
אורכו $a+3$ ס"מ.
שטחו $a(a+3)$ סמ"ר.
11. גיל הבן עתה הוא a שנים.
גיל האב עתה הוא $4a$ שנים.
בעוד 24 שנים יהיה גיל האב $4a+24$ שנים.
12. לי יש a אחים ו- b אחיות.
לאחי יש a אחים ו- b אחיות.
לאחותי יש $a+1$ אחים ו- $b-1$ אחיות.
13. בכיתה a תלמידים.
מספר הבנות בכיתה הוא $2a/3$.
14. לכרמלה היו a ש"ח.
לקניית המחברת הוציאה $a/5$ ש"ח.
לקניית הספר הוציאה $a/2$ ש"ח.
סה"כ הוציאה $a/5+a/2$ שהם $7a/10$ ש"ח.
לכרמלה נשארו $3a/10$ ש"ח.

16. המהירות הקבועה v קמ"ש (בממוצע).
ב-7 שעות עברה המכונית $7v$ ק"מ.
17. היו במבחן s שאלות.
ציונו באחוזים הוא $60 \cdot 100/a$ או $6,000/a$.
18. גיל הבן הוא a שנים.
האם גדולה מן הבן ב- b שנים. גיל האם הוא $a+b$ שנים.
גיל האב הוא $a+b+5$ שנים.
19. משקל האב הוא x ק"ג.
משקל הבן הוא $0.1x$ ק"ג.
20. רוחב המלבן הוא a ס"מ.
אורך המלבן הוא $a+2$ ס"מ.
שטחו $a(a+2)=80$ סמ"ר.
21. מהירות המטוס היא x קמ"ש.
מהירות הרוח היא y קמ"ש.
מהירות ההתקדמות בכיוון הרוח היא $2,000/4=500$ קמ"ש.
מהירות ההתקדמות נגד כיוון הרוח היא $2,000/5=400$ קמ"ש.
בשפת האלגברה נבטא זאת כך:
 $x+y=500$
 $x-y=400$
22. המספר הדו-ספרתי הוא $10a+b$.
סכום הספרות הוא $a+b$.
המספר הדו-ספרתי החדש ("ההפוך") הוא $10b+a$.
סכום הספרות הוא $b+a$. כלומר, לא השתנה.
עכשיו מוסיפים 0 בין הספרות.
המספר התלת-ספרתי החדש הוא $100b+0+a=100b+a$.
סכום הספרות הוא $b+a$. כלומר, לא השתנה.
23. המספר הדו-ספרתי הוא $10x+3$.
המספר הדו-ספרתי החדש ("ההפוך") הוא $30+x$.
המספר התלת-ספרתי החדש הוא $300+x$.
24. ספרת העשרות היא a .
ספרת האחדות היא $a-3$.
המספר הדו-ספרתי הוא $10a+(a-3)=11a-3$.
25. המרחק בין הערים a ק"מ.
במהירות של 75 קמ"ש נסעתי $a/4$ ק"מ.
עברתי רבע מהדרך בזמן $(a/4)/75$ שעות או $a/300$ שעות.
26. שאר הדרך מן הבעיה הקודמת הוא $3a/4$ ק"מ.
במשך שעתיים הוא נסע שליש משאר הדרך, כלומר $a/4 = (3a/4)/3$ ק"מ.
עד עתה הוא נסע $a/4 + a/4 = a/2$ ק"מ.
עד עתה הוא נסע $a/300 + 2$ שעות.
עליו לנסוע עוד $a/2$ ק"מ.

27. ספרת העשרות היא a .
 ספרת המאות היא $2a$.
 המספר התלת-ספרתי הוא $200a + a = 201a$.
 המספר הדו-ספרתי החדש (ה"הפוך") הוא $100a + 2a = 102a$.
 הבריכה תהיה מלאה בתוך a שעות.
 הבריכה תהיה מלאה עד למחציתה בשעה $9 + a/2$.
28. ספרת העשרות היא x .
 ספרת המאות היא y .
 המספר הוא $10x + y$.
 סכום הספרות הוא $x + y$.
 המנה היא $(10x + y - 2)/(x + y)$.
29. מחיר חולצה, לא כולל מע"מ, הוא a ש"ח.
 המע"מ על חולצה אחת הוא $0.17a$ ש"ח.
 מחיר חולצה, כולל מע"מ, הוא $a + 0.17a = 1.17a$ ש"ח.
 המע"מ על 3 חולצות הוא $3 \cdot 0.17a = 0.51a$ ש"ח.
30. כמות תמיסת המלח היא x ק"ג.
 כמות המלח בתמיסה היא $0.2x$ ק"ג.
 כמות המלח הנקי היא y ק"ג.
 כמות המלח בתערובת היא $0.3x + y$ ק"ג.
31. כמות תמיסת המלח של 20% היא a ק"ג.
 כמות המלח בתמיסה של 20% היא $0.2a$ ק"ג.
 כמות תמיסת המלח של 30% היא b ק"ג.
 כמות המלח בתמיסה של 30% היא $0.3b$ ק"ג.
 כמות המלח בתערובת היא $0.2a + 0.3b$ ק"ג.