

תרגילים ?

תרגילי אתגר מסומנים ב- *

בכל תרגיל ציינו גם באיזה סוג של מידה מדובר.

עבודה זו מומלץ לעשות בזוגות.

קיראו בעיון את הבעיה מתחילתה ועד סופה. נסו להתמצא ולשייך אותה לסוג מוכר (ראו בתחילת פרק זה). קיראו **שנית**, וכיתבו **במארגן החשיבה הגרפי** את כל הפרטים העיקריים בצורה פשוטה ובהירה כך שכל אדם יבין אותם.

השתדלו לעשות זאת מבלי להסתכל על הבעיה.

אחרי שכתבתם את הבעיה קיראו את מה שכתבתם ובדקו האם היא עתה מובנת לכם יותר. קיראו **בשלישית** את הבעיה המקורית והשוו אותה עם נוסח הבעיה שכתבתם. האם התייחסתם לכל פרט? רצוי להוסיף **תרשים**. השוו עם בן-זוגכם.

אל תזלזלו בבעיות הפשוטות. העבודה עליהן תעזור לכם לארגן טוב יותר את הבעיות הקשות. כאשר עומדת בפניכם בעיה מילולית במתמטיקה, עליכם לקרוא ולהתייחס לכל **פרט ופרט**. לגבי כל פרט עליכם להחליט **האם הוא חשוב או לא**, ומה **חשוב בו**. עליכם לראות את **הקשר** בין הפרטים השונים.

בדרך כלל מופיעה בסוף ה"סיפור" השאלה – כלומר מה שמבקשים מכם לעשות או למצוא. עליכם להבין שאלה זו כדי שתוכלו להחליט כיצד לבצע את הדרוש. אל תשכחו להתייחס ליחידות.

לכל תרגיל יוקדש דף של מארגן חשיבה גרפי. שימרו את הדפים, כי נמשיך להשתמש בהם במהלך הפרקים הבאים.

1. זווית הראש במשולש שווה שוקיים היא 70° . מה גודל זווית הבסיס? הוסיפו שרטוט.
2. כאשר הייתי בת 8 היה אבי בן 33. היום אבי מבוגר ממני פי 2. בת כמה אני היום? ואבי?
3. לדליה, תמר ונורית היה סכום כסף שהתחלק בצורה הבאה:
לתמר היה סכום כסף פי 2 מהסכום שהיה לדליה.
לדליה היו 20 ש"ח יותר מאשר לנורית.
לשלושתן ביחד היו 80 ש"ח.
כמה כסף יש לכל אחת מן הבנות?
4. קניתי 2 ק"ג עגבניות ושילמתי 6 ש"ח. כשהגעתי הביתה גיליתי שמתוך כל 5 עגבניות – אחת רקובה. כמה שילמתי, למעשה, עבור ק"ג עגבניות?
5. בעוד 3 שנים יהיה גיל אחי גדול ב-50% מגילו לפני שנה.
בן כמה הוא היום?

17. בארגז יש 17 כדורים: ירוקים, צהובים, ואדומים. מספר הכדורים האדומים גדול פי 8 ממספר הכדורים הצהובים. כמה כדורים יש מכל צבע?
18. בכל ביקור של ראש הממשלה ביער נשתלים ביער 4 עצים. בכל ביקור של הנשיא נשתלים ביער 5 עצים. השנה נשתלו ביער בביקורים אלה 23 עצים. לא נשתלים עוד עצים. כמה פעמים ביקר הנשיא ביער?
19. נסעתי מעיר אחת לשנייה. כאשר עצרתי התברר לי שמספר הדקות שנסעתי שווה למספר הק"מ שעלי עוד לנסוע.
כשהגעתי למחוז חפצי התברר לי שמספר הדקות שנסעתי אחרי החניה שווה למספר הק"מ שעברתי עד החניה.
באיזו מהירות נסעתי?
20. גיא ורוני יצאו יחד מעיר אחת לשנייה. רוני רכב על אופניים וגיא נהג במכונית שמהירותה גדולה פי 2 ממהירות האופניים. במחצית הדרך התקלקלה המכונית, וגיא צעד ברגל במהירות קטנה פי 2 ממהירות האופניים.
מי מהם יגיע ראשון לעיר השנייה?
21. לצורך יש גוש מתכת שמכיל זהב שמשקלו 45% מהגוש, וגוש שני שאחוז הזהב בו הוא 20%. כמה עליו לקחת מהגושים כדי לקבל 1 ק"ג מתכת שאחוז הזהב בה הוא 36%?
- 22*. מחלקים מספר דו-ספרתי בסכום ספרותיו. מקבלים מנה 6 ושארית 5.
ספרת העשרות גדולה ב-2 מספרת האחדות.
- 23*. העבירו את ספרתו הראשונה (השמאלית), 7, של מספר תלת-ספרתי לסופו, וקיבלו מספר תלת-ספרתי הקטן ב-225 מהמספר המקורי.
מה היה המספר?
- 24*. המרחק בין שתי ערים 510 ק"מ. בשעה 12:00 יצאה מכונית מעיר א' במהירות 80 קמ"ש. בשעה 12:45 יצאה מולה מכונית מעיר ב' במהירות 100 קמ"ש. באיזו שעה תיפגשנה המכוניות?
הוסיפו ציור.
- 25*. אני יוצא בכל בוקר בשעה 7:00 ליער לטיול עם כלבי. אני מגיע עד לעץ האלון הנמצא במרחק 10 ק"מ מביתי. אני צועד במהירות 4 קמ"ש. כלבי סנופי רץ עד שהוא פוגש בעץ, חוזר אלי, חוזר אל העץ, ואלי, וכך עד שאני מגיע אל העץ. סנופי רץ במהירות 12 קמ"ש.
מהי הדרך שעובר סנופי?

26*. רפי ויוסי יצאו באותה שעה, כל אחד מביתו, במטרה להיפגש. ידוע שרפי עובר את הדרך מביתו לבית יוסי ב-10 דקות. ידוע שיוסי עובר את הדרך מביתו לבית רפי ב-15 דקות. כעבור כמה זמן ייפגשו? האם ייפגשו קרוב יותר לביתו של רפי או קרוב יותר לביתו של יוסי?

27*. רכבת עוברת בכל יום את המרחק בין תחנות ירושלים ותל-אביב, שהוא 60 ק"מ, בשעה. יום אחד אירעה תקלה והרכבת נעצרה למשך 10 דקות. כדי להספיק להגיע בתחנה בדיוק בזמן הגבירה הרכבת את מהירותה ב-20 קמ"ש. כמה זמן אחרי שהרכבת יצאה מנקודת המוצא אירעה התקלה?

28*. ממלאים את בריכת השחיה של "שרתון" בעזרת שני צינורות. הראשון מסוגל למלא בעצמו את הבריכה במשך 20 דקות. השני מסוגל למלא בעצמו את הבריכה במשך 30 דקות. בכמה דקות ימלאו שני הצינורות את הבריכה?
הוסיפו ציור!

29*. קבוצת פועלים מחברת ה"מומחה" מסוגלת לסיים עבודה מסוימת ב-14 ימים. קבוצת סטודנטים מסוגלת לסיים את אותה עבודה ב-35 ימים. במשך כמה ימים תסתיים העבודה אם יעבדו כולם יחד?

30*. לצורך יש שני נתכים של כסף וזהב. בנתך הראשון היחס בין כסף וזהב הוא 2:3 (קוראים את המספרים משמאל לימין). בנתך השני היחס בין כסף וזהב הוא 3:7. הוא זקוק לנתך שמשקלו 40 גרם, ושהיחס בין כסף וזהב בתערובת יהיה 5:11. כמה גרמים עליו לקחת מכל נתך?

31.** בשעה 12:00 מתלכדים שני מחוגי השעון. מתי הם יתלכדו בפעם הבאה?
מניסיוננו, המחוגים ייפגשו שנית בשעה

זו בעיה קשה. הוסיפו ציור של שעון, ובדקו היטב מהן הדרכים שעוברים המחוגים עד להתלכדותם.

דוגמה לחידה שבה אין צורך בחישובים אלא בהבנת הנתונים ומה ששואלים:

מכונית נסעה 40 ק"מ במהירות 40 קמ"ש.

בכמה עליה להגביר את מהירותה כדי שהמהירות הממוצעת שלה לאורך 100 ק"מ תהיה 100 קמ"ש?

רפאל וכן אס (פ"א 001) אסא

א.א. 001 אסא אסא אסא

א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא

א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא א.א.אסא

סיכום – מה למדנו בפרק זה?

סכמו בכיתה מהם הדברים החשובים שלמדנו בפרק זה.

הכללה ומודעות לתהליכי חשיבה לגבי "מיפוי וניסוח מחדש של הבעיה"

רישמו מהם כל הדברים שהייתם צריכים להיות מודעים להם כדי למפות את הבעיות ולנסח אותן מחדש.

האם הקריאה החוזרת הקלה על הבנת הבעיה?

האם הניסוח מחדש הקל על הבנת הבעיה?

האם רישום הקושי עזר לכם?

האם משהו אחר שחשבתם עליו עזר לכם?

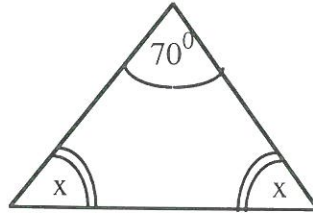
מה נתן לכם רמז למציאת הנתונים הסמויים?

האם מארגן החשיבה הגרפי עזר לכם? האם ניתן לשפרו?

האם יש לכם רעיונות לשיפור החשיבה?

! רמזים לתשובות

1. נתון סמוי: סכום זוויות המשולש הוא 180° .



השרטוט:

2. נתון סמוי: הפרש הגילים ביני ובין אבי נשמר במשך כל השנים. טפל: גילינו בעבר אינם חשובים. הם רק עוזרים לדעת את הפרש הגילים בינינו.

3. נתון סמוי: לנורית היו 20 ש"ח פחות מאשר לדליה. זה מאפשר לבטא את כל הסכומים בעזרת הסכום שהיה בידי דליה.

4. זוהי בעיית אחוזים.

נתון סמוי: 20% מהעגבניות רקובות. אפשר להניח שקניתי רק 80% מק"ג. עבור 80% ממה שקניתי שילמתי 3 ש"ח. כמה שילמתי, למעשה, עבור השלם?

5. זוהי בעיית אחוזים, משולבת בבעיית מספרים.

נתון סמוי: אם משהו גדול ב-50% ממה שהו אחר, יש להכפיל את הגודל הקטן ב- $100\% + 50\% = 150\%$ (ב-1.5) כדי לקבל את הגודל הגדול.

6. נתון סמוי: לכל בעל-חיים יש ראש אחד.

נתון סמוי: לכל עוף יש 2 רגליים. לכל פרה יש 4 רגליים.

7. נתון סמוי: הביטוי האלגברי למספר דו-ספרתי הוא: $10a+b$ (b ספרת האחדות, a ספרת העשרות).

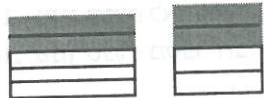
8. נתון סמוי: אם הדרך כולה (הלוך וחזור) נמשכת ברגל שעה, מחצית הדרך נמשכת ברגל 30 דקות.

נתון סמוי: הדרך הלוך באוטובוס נמשכת 10 דקות.

9. נתון סמוי: בכל שנה גדל סכום הגילים ב-2, ואבי גדל בשנה.

נתון סמוי: סכום הגילים היום הוא 30.

10. נתון סמוי: אריה מחסל בשעה $1/2$ כבשה; זאב מחסל בשעה $1/3$ כבשה; כלב מחסל בשעה $1/4$ כבשה.



11. נתון סמוי: אחרי שעתיים של בעירה נשארים $1/2$ מהנר הצר ו- $3/5$ מהנר העבה.

12. נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.

נתון סמוי: כאשר שטים עם הזרם מהירות ההתקדמות היא: מהירות הסירה + מהירות הזרם

נתון סמוי: כאשר שטים נגד הזרם מהירות ההתקדמות היא: מהירות הסירה - מהירות הזרם



* נהי זרם. החץ אי"ג את אהירות הצריאה.



* סירה באים עוצרים. החץ אי"ג את אהירות הסירה.



* סירה באים זוראים. בכיוון הצרם -

הצרם "אוליל" לאהירות הסירה.



* סירה באים זוראים. נגד כיוון הצרם -

הצרם "אפחית" אהירות הסירה

זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.

כאשר שניים הולכים באותו כיוון, ויוצאים מאותו מקום,

13. נתון סמוי:

נתון סמוי:

הדרך שהם עוברים היא זהה.



14. נתון סמוי: ברור שהמושבניק אינו מוכר חצאי ביצים. הוא מוסיף חצי ביצה כאשר הוא מוכר מחצית של מספר אי-זוגי.

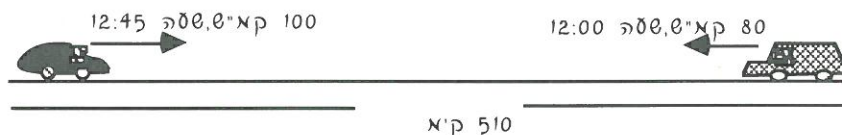
15. נתון סמוי: כאשר הופכים את סדר הספרות במספר תלת-ספרתי, הופכות האחדות למאות והמאות לאחדות.

נתון סמוי: ספרת העשרות חייבת להיות 4. מדוע?

16. נתון סמוי: אם ימזוג למידה של 5 ליטר, ויחזיר ממנה למידה של 3 ליטר. ישארו לו 2 ליטר.

נתון סמוי: אם יצליח להוריד מ-5 ליטרים ליטר אחד, ישארו לו 4 ליטרים.

17. נתון סמוי: לא יכולים להיות יותר מ-8 כדורים אדומים.
18. נתון סמוי: מספר הביקורים של ראש הממשלה ושל הנשיא חייבים להיות מספרים שלמים.
19. נתון סמוי: סה"כ מספר הדקות שנסעתי שווה לסה"כ מספר הק"מ.
20. זוהי בעיית דרכים, אבל גם בעיית היגיון.
נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.
נתון סמוי: את המחצית השנייה של הדרך עבר גיא במהירות קטנה פי 2 מזו של האופניים, כלומר בזמן גדול פי 2. (זמן ההליכה של גיא שווה לזמן שנמשכה כל הנסיעה באופניים מהעיר האחת לעיר השנייה).
אבל גיא התחיל לצעוד מאוחר יותר – מכאן שהוא יאחר להגיע.
הנתון על היחס בין מהירות המכונית ומהירות האופניים הוא מיותר.
21. זוהי בעיית תערובות, לכן
נתון סמוי: כמות הזהב בגוש שהתקבל שווה לסכום כמויות הזהב בשני הגושים.
- 22*. נתון סמוי: הביטוי האלגברי למספר דו-ספרתי הוא: $10x+y$
נתון סמוי: מנה היא תוצאת החילוק של כמות (מחולק) a למספר קבוצות שוות (מספר הקבוצות השוות הוא המחלק b). מספר הפרטים בכל קבוצה נקרא מנה c .
לעתים, לאחר שכל קבוצה קיבלה מספר שלם של עצמים, נשארת כמות הקטנה ממספר הקבוצות, וזוהי השארית d .
את הקשר האלגברי בין מחולק, מחלק, מנה ושארית ניתן לתאר במספר דרכים שקולות:
 $\frac{a-d}{b} = c$ זה אומר שאם נוריד את השארית בתחילה, החילוק יתבצע ללא שארית.
 $a = bc + d$ זה אומר שאחרי החילוק נקבל b קבוצות שוות, בכל קבוצה c פריטים, ושארית d פריטים.
 $\frac{a}{b} = c + \frac{d}{b}$ זה אומר שתוצאת החילוק היא מספר מעורב, שהחלק השלם בו הוא c והשבר שבו הוא $\frac{d}{b}$.
- 23*. נתון סמוי: כאשר מעבירים את הספרה הראשונה (ספרת המאות) לסוף המספר, שארית המספר (שתי הספרות האחרות) משנות את מצבן וערכן גדל פי 10.
הספרה 7 שעוברת לסוף המספר הופכת להיות ספרת האחדות.
- 24*. נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.
נתון סמוי: כאשר שניים נעים זה לקראת זה, סה"כ הדרך שהם עוברים היא המרחק בין מקומות יציאתם. (יחד הם "מכסים" את הדרך).



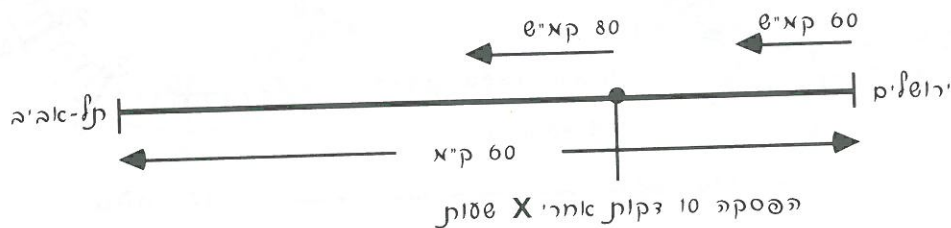
- 25* נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.
נתון סמוי: זמן הריצה של סנופי זהה לזמן הצעידה שלי.
נתון סמוי: זמן הצעידה שלי ניתן לחישוב – הוא שתיים. מדוע?

26* זוהי בעיית הספק ובעיית דרכים.

- נתון סמוי: המהירות מוגדרת כדרך ליחידת זמן. נחליט שיחידת הדרך הפעם היא המרחק בין הבתים.
יחידת הזמן תהיה דקה (המהירות נמדדת במרחק/דקה).
יוסי עובר 1/10 המרחק בדקה.
רפי עובר 1/15 המרחק בדקה.
נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.

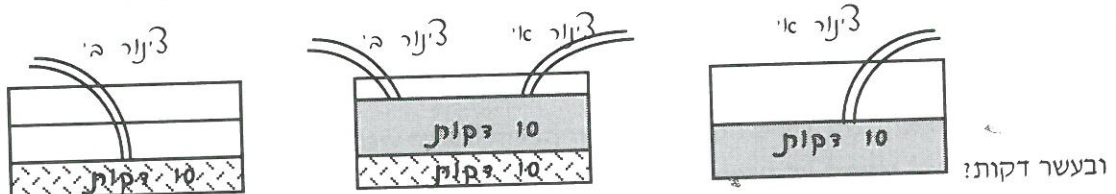


- 27* נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה.
נתון סמוי: בדרך-כלל מהירות הרכבת 60 קמ"ש.
נתון סמוי: מהירות הנסיעה אחרי התקלה היה 80 קמ"ש.
נתון סמוי: הזמן שנותר אחרי התקלה: שעה, פחות זמן הנסיעה עד התקלה, פחות 10 דקות (1/6 שעה).



28* זוהי בעיית הספק.

- נתונים סמויים: ההספק של הצינור הראשון הוא 1/20 בריכה לדקה, ושל השני ... בריכה לדקה.



29* זוהי בעיית הספק. דומה לבעיית דרכים.

- נתון סמוי: כל המומחים מספיקים ביום אחד 1/14 מהעבודה. (יחידת הספק: העבודה כולה/יום).
כל סטודנט מספיק ביום אחד 1/14 מהעבודה.

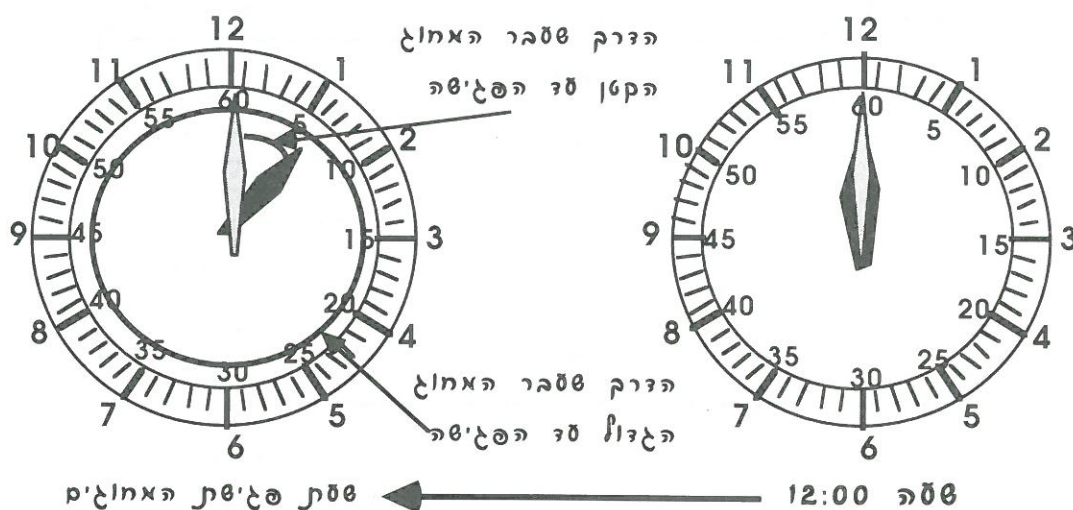
30*. זוהי בעיית תערובות ובעיית יחסים.

נתון סמוי: כל הכמויות (הכמות הכוללת של שני הנתכים, כמות הכסף והזהב בשני הנתכים) נשמרות.
נתון סמוי: כאשר אומרים שהיחס בין כסף לזהב בנתך הוא 2:3, מתכוונים שמשקל הנתך מורכב מ-5 חלקים: 3 חלקי כסף ו-2 חלקי זהב.

31**. מניסיוננו המחוגים ייפגשו שנית קצת אחרי שעה וחמש דקות.

זוהי בעיית דרכים.

נתון סמוי: זוהי בעיית דרכים. לכן, דרך = מהירות * זמן התנועה. הדרך נמדדת בשניות של הדקות.
נתון סמוי: שני המחוגים יוצאים מאותו מקום, באותה שעה ולאיתו כיוון.
היות והדרך מעגלית, עובר המחוג הגדול דרך הגדולה יותר מהדרך שעובר המחוג הקטן בסיבוב אחד.



נתון סמוי: מהירות המחוג הקטן היא 5 שניות של דקות בשעה (המרחק נמדד בשניות של הדקות).
נתון סמוי: מהירות המחוג הגדול היא 60 דקות בשעה.