

תרגילים ?

עבודה זו מומלץ לעשות בזוגות.

תרגילי אתגר מסומנים ב- *

בכל תרגיל ציינו גם באיזה סוג של מידה מדובר.

השתמשו במארגני חשיבה גרפיים לפתרון התרגילים הבאים. נסחו מחדש את הבעיות בצורה פשוטה ובהירה כך שכל אדם יבין אותן. אחרי שניסחתם את הבעיה, קיראו שנית את מה שכתבתם ובדקו האם הבעיה עתה מובנת לכם יותר. השוו את נוסח הבעיה שכתבתם עם הבעיה המקורית. אל תשכחו לרשום לאיזה סוג שייכת הבעיה.

אחרי שיכתוב הבעיה הציגו את הנתונים בדרך הנראית לכם או בדרכים אחדות, ונסו לפתור את הבעיה.

1. צב זחל דקה במהירות 1 ק"מ לשעה ולאחר מבן דקה נוספת במהירות 5 קמ"ש. כמה מטרים עבר?
2. במבחן מופיעות 20 שאלות. תשובה נכונה מעניקה 5 נקודות ותשובה לא נכונה מפחיתה 2 נקודות. כאשר לא עונים על שאלה מסוימת, לא מקבלים נקודות ולא נקנסים. נבחן לא ענה על 3 שאלות וקיבל במבחן 71 נקודות.
על כמה שאלות הוא ענה נכון?
3. במשק תרנגולות ופרות. בסה"כ יש במשק 126 רגליים. מספר הפרות גדול פי 3 ממספר התרנגולות. כמה בעלי חיים מכל סוג יש במשק?
4. גילי היום גדול פי 5 מגיל בני.
לפני שלוש שנים היה גילי גדול פי 9 מגיל בני.
הציגו את הנתונים כך שתוכלו לקבוע בן כמה אחיה כאשר גיל בני יהיה כגילי היום?
5. חגית הולכת במהירות של 15 מטרים ב-10 שניות.
חברתה נורית יוצאת מאותו מקום בכיוון ההפוך במהירות 60 מ' בדקה.
מתי יהיה המרחק ביניהם 1,500 מ'?
6. גנב ברח במהירות 8 קמ"ש.
בעל הבית גילה את הגנבה שעתיים מאוחר יותר ורדף אחריו באופניים במהירות 16 קמ"ש.
מתי ישיג בעל הבית את הגנב?
7. יצאתי ברכיבה על אופניים מביתי, במהירות 30 קמ"ש, בשעה 8:00. נחתי משעה 11:40 עד שעה 12:30, והמשכתי לרכוב עד שעה 14:00.
מה אורך הדרך שעברתי?

8. ביום המחרת, יצאתי באותה שעה ובאותה מהירות, אבל לאחר המנוחה הקטנתי את המהירות ל-2/3 מהמהירות הקודמת, והמשכתי לנסוע עד שעה 14:00. מה אורך הדרך שעברתי?
9. בהמשך לבעיה הקודמת: בשעה 12:00 אחי יצא מביתי, באותו כיוון כשהוא רכוב על אופנוע במהירות 60 קמ"ש. הוסיפו נתונים אלו לשרטוט שבו נמצאים הפרטים של הבעיה הקודמת וענו: האם אחי ישיג אותי?
10. מכונית עברה 300 ק"מ במהירות 50 קמ"ש וחזרה לנקודת המוצא ב-4 שעות. מה היתה מהירותה הממוצעת?
11. חברת החשמל מציעה 3 דרכים לתשלום עבור החשמל:
 דרך א': תשלום חודשי קבוע בן 20 ש"ח ותשלום של 0.50 ש"ח עבור כל קילואט/שעה.
 דרך ב': 0.2 ש"ח עבור כל קילואט/שעה.
 דרך ג': 0.1 ש"ח עבור קילואט/שעה ב-200 הקילואט/שעה הראשונים ו-0.4 ש"ח עבור כל קילואט/שעה נוסף.
 משפחת לוי משתמשת ב-150 קילואט/שעה בחודש.
 משפחת כהן משתמשת ב-300 קילואט/שעה בחודש.
 משפחת גולן משתמשת ב-500 קילואט/שעה בחודש.
 הציגו את הנתונים בשתי דרכים שונות וקבעו איזו שיטת תשלום תהיה כדאית לכל אחת מן המשפחות.
12. בבוקר היו שתי בריכות השחייה בקיבוץ מלאות. בראשונה היו 600 מ"ק, ובשנייה היו 400 מ"ק.
 מבריכה א' מרוקנים מים בקצב של 40 מ"ק לשעה.
 מבריכה ב' מרוקנים מים בקצב של 20 מ"ק לשעה.
 הציגו את הנתונים בדרך שתקל עליכם לקבוע באיזו שעה תהיה בשתי הבריכות כמות מים שווה.
13. בבריכה ב' מתקיימים התנאים של הבעיה הקודמת.
 בריכה ג' היתה מלאה בבוקר ב-100 ליטר ואז התחילו למלא אותה בקצב של 30 ליטר בשעה.
 הציגו את הנתונים כך שתוכלו לקבוע מתי היו בבריכה ג' יותר מים מאשר בבריכה ב'.
14. אם מחלקים מספר ב-8 מקבלים מנה הקטנה ב-27 מהמספר, ושארית הקטנה ב-24 מהמספר.
 מהו המספר?
15. במשולש נתון שהיחס בין הזוויות $a:b:c$ הוא $2:3:4$ בהתאמה.
 מה גודל הזווית החיצונית d הצמודה לזווית c ?
16. אם נגדיל את צלעותיו של ריבוע ב-2 ס"מ וב-5 ס"מ, נקבל מלבן ששטחו גדול ב-38 סמ"ר משטח הריבוע.
 מהו שטח הריבוע?
17. אם נקצר את אורכו של מלבן ב-5 ס"מ ונגדיל את רוחבו ב-2 ס"מ – לא ישתנה שטחו.
 אם נגדיל את אורכו של אותו מלבן ב-10 ס"מ ונקצר את רוחבו ב-2 ס"מ – לא ישתנה שטחו.
 מיצאו את אורכו ואת רוחבו של המלבן.

18. היו לי 35 גר' בושם ניחוחי בריכוז של 40% אלכוהול. הציגו את הנתונים כך שתוכלו לקבוע כמה גרם אלכוהול נקי יש להוסיף לתערובת כדי לקבל בושם בעל ריכוז של 50% אלכוהול.
19. יוסף מילא את מיכל הדלק של מכוניתו. המיכל מכיל 60 ליטר וצריכת הדלק של מכוניתו היא 1 ליטר ל-10 ק"מ. יהודה מילא אף הוא את מיכל הדלק של מכוניתו. המיכל מכיל 50 ליטר וצריכת הדלק של מכוניתו של יהודה היא 1 ליטר ל-12 ק"מ. הם נסעו ונעצרו בתחנת דלק אחרת. כמה ק"מ נסעו אם ליוסף נשארו 5 ליטר יותר מאשר ליהודה? אחרי שפתרתם את הבעיה הקודמת ענו ללא חישובים: שניהם המשיכו לנסוע עד שלאחד מהם נגמר הדלק. כמה דלק נשאר אז לשני?
20. באחד מאזורי קנדה 60% מהאוכלוסייה הם דוברי אנגלית ו-20% מהאוכלוסייה הם דוברי צרפתית. איזה אחוז מהאוכלוסייה הם דוברי שתי השפות?
21. 50% מעובדי המוסד הם סטודנטים, ו-75% מהעובדים הם שחורי שיער. איזה אחוז מהעובדים הם סטודנטים שחורי שיער?
22. 50% מעובדי המוסד הם סטודנטים, ו-25% מהעובדים הן נשים. איזה אחוז מהעובדים הן סטודנטיות?
23. בכיתה 40 תלמידים. 20 מהם אוהבים ספרות, ו-32 מהם אוהבים ספורט. כמה תלמידים אוהבים גם ספרות וגם ספורט?
24. בבית-הספר עמק-הירקון $\frac{1}{3}$ מהתלמידים משחקים כדורסל, ו- $\frac{1}{4}$ מהתלמידים משחקים כדורגל. $\frac{1}{2}$ מהתלמידים אינם משחקים אף אחד מהמשחקים, ויש תלמידים המשחקים משחק אחד בלבד. מצאו איזה חלק מהתלמידים משחק גם כדורסל וגם כדורגל.

הכללה ומודעות לתהליכי חשיבה לגבי



"שיטות להצגת נתונים"

- סכמו את שיטות הצגת הנתונים. מהם היתרונות של כל שיטה? מהם החסרונות?
האם אתם מכירים שיטות נוספות?
האם שיטה מסוימת קלה יותר לשימוש? האם שיטה מסוימת קשה לכם יותר מהאחרות? מדוע?
האם יש לכם רעיונות לשיפור הצגת הנתונים?
האם תוכלו לקבוע כללי שימוש בצורת הצגת נתונים כזו או אחרת?

תשובות

1. סוג הבעיה: דרכים

טבלה:

v (מהירות)	t (זמן)	s (דרך)
1 קמ"ש = $1000/60$ מ"מ לדקה	1 דקה	16.66 מ"
5 קמ"ש = $5 \cdot 1000/60$ מ"מ לדקה	1 דקה	83.33 מ"
סה"כ	2 דקות	100 מ"

מחשבים את הדרך במטרים, ואת הזמן בדקות, ולכן את המהירות במ"מ לדקה.
 סכום הדרכים שעבר הצב הוא: $1,000/60 + (5 \cdot 1,000)/60 = 6,000/60 = 100$
 כלומר, הצב עבר 100 מטרים.

2. סוג הבעיה: כללי

מס' שאלות	נק' לשאלה	נקודות
x	5	5x
17-x	-2	-2(17-x)
סה"כ		71

המשוואה המתאימה: $5x - 2(17-x) = 71$
 קבוצת האמת של המשוואה: $\{x=15\}$
 הנבחן פתר נכון 15 שאלות ופתר לא נכון 2 שאלות.

3. סוג הבעיה: כללי

ראשים	רגליים	מה עוד יודעים מהסיפור?
x	2x	תרנגולות
3x	$4 \cdot 3x = 12x$	פרות
	14x	סה"כ 126 רגליים

משוואה: $14x = 126$
 קבוצת האמת של המשוואה: $\{x=9\}$
 ניסוח ופירוש הפתרון במלים:
 יש 9 תרנגולות (18 רגליים) ומספר גדול פי 3 של פרות – 27 (108 רגליים). סה"כ $18 + 108 = 126$ רגליים.

4. סוג הבעיה: כללי

מבקשים למצוא בן כמה אחיה כאשר גיל בני יהיה כגילי היום. נראה שכדאי לפתור בשני שלבים: קל למצוא על פי הנתונים מהם הגילים שלי ושל בני היום, ואז למצוא בקלות את מה שמבקשים בבעיה, כי כזכור בבעיות גילים הפרש הגילים בין המשתתפים נשאר קבוע.

	היום	לפני 3 שנים (היסק)	לפני 3 שנים (מהסיפור)
בני	x שנים	x-3 שנים	x-3 שנים
אני	5x שנים	5x-3 שנים	9(x-3) שנים

$$9(x-3)=5x-3$$

$$\{x=6\}$$

המשוואה המתאימה:

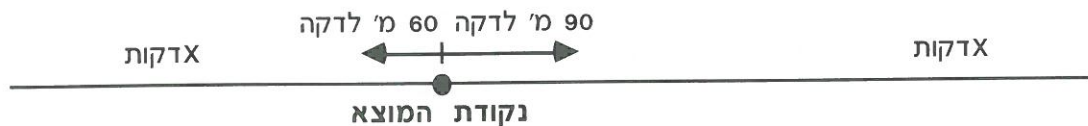
קבוצת האמת של המשוואה:

	היום	לפני 3 שנים (היסק)	פתרון על-סמך הפרש גיליהם, 24 שנים
בני	6 שנים	3 שנים	30 שנה
אני	30 שנה	27 (אכן, פי 9 מגיל בני)	54 שנים. וזוהי התשובה לבעיה

5. סוג הבעיה: דרכים

הקשיים הם: (א) עוד לא נתקלתי בבעיה שבה ההולכים יוצאים מאותה נקודה ומתרחקים זה מזה. (ב) אין אחדות ביחידות המהירות. אחליט לחשב דרך במטרים, זמן בדקות, ומהירות במ' לדקה.

תרשים:



רשימת נתונים: חגית הולכת במהירות של 15 מטרים ב-10 שניות – 90 מ' בדקה.

נורית יוצאת מאותו מקום בכיוון ההפוך במהירות 60 מ' בדקה.

כעבור x דקות –

הדרך שעוברת חגית: 90x מטרים

הדרך שעוברת נורית: 60x מטרים

המרחק ביניהן 150 מ'

$$90x+60x=1500$$

משוואה:

$$\{x=10\}$$

קבוצת האמת של המשוואה:

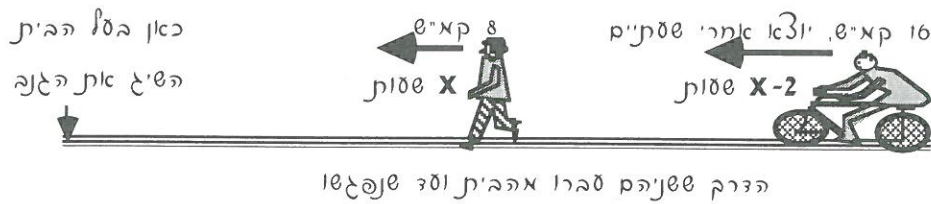
ניסוח ופירוש הפתרון במלים:

כעבור 10 דקות יהיה המרחק ביניהם 1,500 מ'.

אפשר לראות מן התרשים שבכל דקה הן מתרחקות זו מזו

ב-150 מ'. מכאן שיתרחקו זו מזו ב-1,500 מ' כעבור 10 דקות.

6. הקושי כאן הוא שהשניים אינם יוצאים לדרך באותה השעה. בעל הבית יוצא שתיים אחריו הגנב.



סוג הבעיה: בעיית דרכים

טבלה:

	v (מהירות) בקמ"ש	t (זמן) בשעות	s (דרך) בק"מ
הגנב	8 קמ"ש	x	$8x$
בעל הבית	16 קמ"ש	$x-2$	$16(x-2)$

מאחר ששניהם יעברו, עד לפגישתם, אותה דרך,

$$8x = 16(x-2)$$

המשוואה מבטאת תנאי זה:

$$\{x=4\}$$

קבוצת האמת של משוואה זו היא

בעל הבית ישיג את הגנב 4 שעות לאחר הגנבה, שתיים

ניסוח ופירוש הפתרון במלים:

לאחר צאת בעל הבית לדרך.

הגנב יעבור עד אז $8 \cdot 4 = 32$ ק"מ ובעל הבית $16 \cdot 2 = 32$ ק"מ.

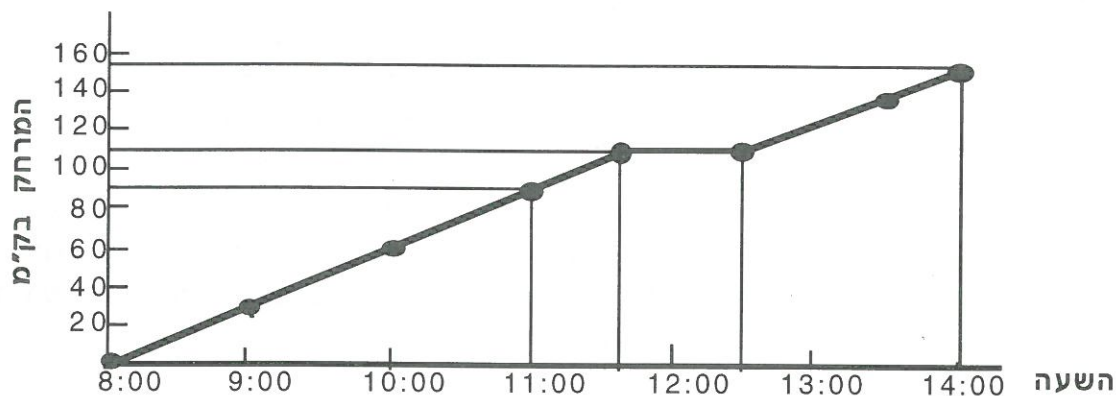
אימות הפתרון:

7. סוג הבעיה: בעיית דרכים

טבלה:

v (מהירות)	t (זמן)	s (דרך)
30 קמ"ש	3:40 ש"	$30 \cdot 3 \frac{2}{3} = 110$
30 קמ"ש	1:30 ש"	$30 \cdot 1 \frac{1}{2} = 45$
סה"כ	$5 \frac{1}{6}$ ש"	155 ק"מ

גרף:

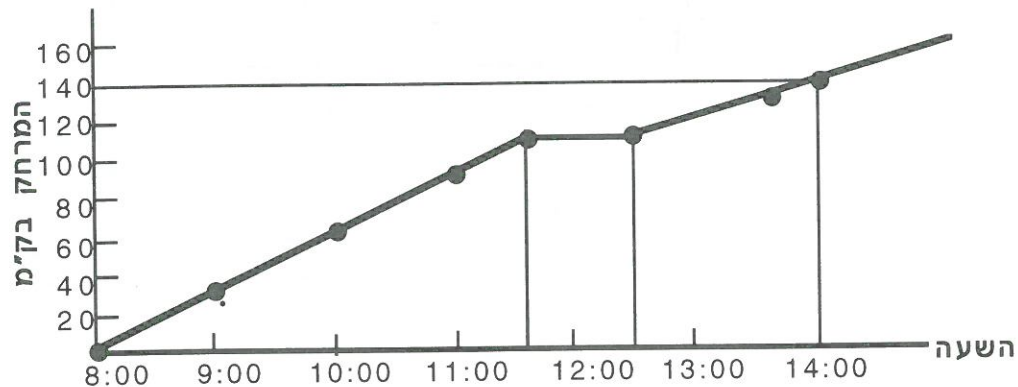


8. סוג הבעיה: בעיית דרכים

טבלה:

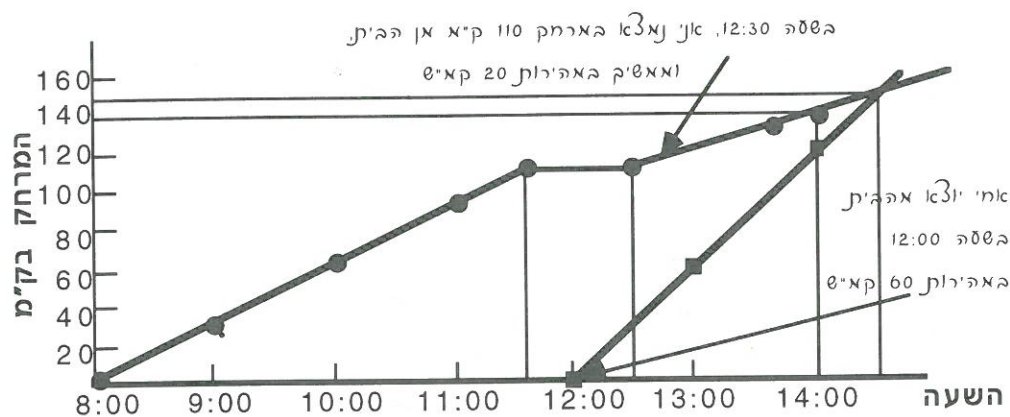
v (מהירות)	t (זמן)	s (דרך)
30 קמ"ש	3:40 שי	$30 \cdot 3 \frac{2}{3} = 110$
20 קמ"ש $= \frac{2}{3} \cdot 30$	1:30 שי	$20 \cdot 1 \frac{1}{2} = 30$
סה"כ	$5 \frac{1}{6}$ שי	140 ק"מ

גרף:



9. סוג הבעיה: בעיית דרכים

גרף:



שלושת הגרפים של הבעיות האחרונות מראים כי באמצעות הגרף ניתן להתרשם מהאופן שבו התנהלה התנועה במשך כל זמן התנועה. מן הגרף האחרון אנו למדים שאחי לא ישיג אותי עד שעה 14:00. רואים גם שאם כל אחד מאיתנו ימשיך באותה מהירות, ניפגש אחרי שעה 14:00, בערך בשעה 14:30. כאן גם מתגלה אחד החסרונות של הגרף: קשה לקבוע בוודאות את המקום המדויק. אם רוצים לחשב בדיוק – יש להגדיל את ממדי הגרף או לבנות משוואה שתתאר את המצב בזמן פגישתנו. אפשר להתייחס במשוואה רק למה שקרה משעה 12:00 ואילך. כלומר, מאז שהאופנוע יוצא לדרך במהירות

60 קמ"ש, ואני יוצא לדרך באותו כיוון בשעה 12:30 (12 וחצי, 12.5 בחישוב), במהירות 20 קמ"ש, במרחק 110 ק"מ מן הבית. אפשר להתייחס למה שקרה משעה 14:00 ואילך. אפשר לבנות משוואה שבה המשתנה x ייצג את שעת הפגישה.

התחלקו לקבוצות וכל קבוצה תפתור בדרך אחרת. אחר-כך השוו ביניכם את הפתרונות.

דוגמה לפתרון בעזרת טבלה, כאשר x הוא שעת הפגישה.

טבלה:

v (מהירות)	t (זמן)	s (דרך)
60 קמ"ש	$x-12$	$60 \cdot (x-12)$
20 קמ"ש	$x-12.5$	$110+20 \cdot (x-12.5)$

מאחר ששני הרוכבים יעברו, עד לפגישתם, אותה דרך,

המשוואה מבטאת תנאי זה: $60 \cdot (x-12) = 110 + 20 \cdot (x-12.5)$

$$\{x=14.5\}$$

קבוצת האמת של משוואה זו היא

הם ייפגשו בשעה 14.5 (14 וחצי), כלומר בשעה 14:30.

ניסוח ופירוש הפתרון במלים:

זוה מתאים לגרף.

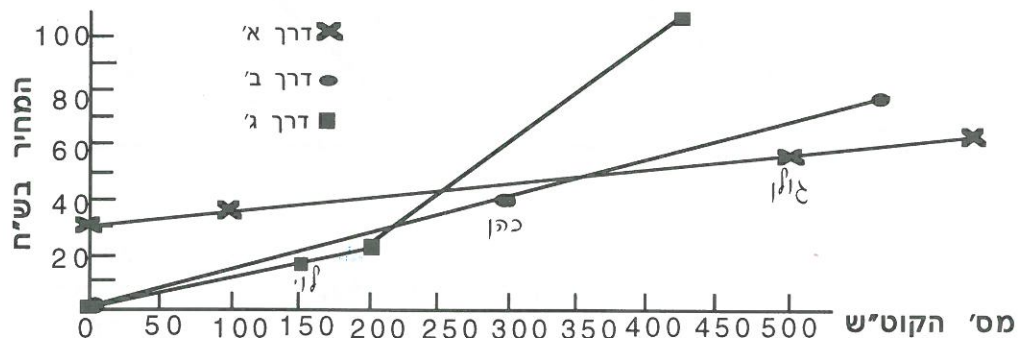
10. סוג הבעיה: דרכים

משתמשים כאן בקשרים הנובעים מהנוסחה $s=vt$ ו- $v=s/t$ ו- $t=s/v$

טבלה:

v (מהירות)	t (זמן)	s (דרך)	
50 קמ"ש	$300/50=6$ שעות	300 ק"מ	הלך
	4 שעות	300 ק"מ	חזר
$600/10=60$ קמ"ש	10 שעות	600 ק"מ	סה"כ:

11.



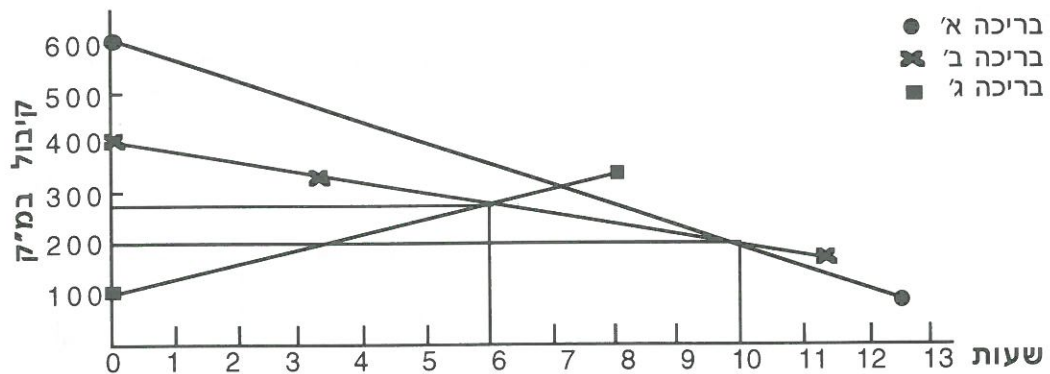
מהגרף ברור ש- דרך א': כדאית למשפחת גולן

דרך ב': כדאית למשפחת כהן

דרך ג': כדאית למשפחת לוי

12. סוג הבעיה: הספק

מן השרטוט ברור שאחרי 10 שעות יהיה קיבול המים בשתי הבריכות הראשונות שווה.
מן השרטוט ברור שאחרי 6 שעות יהיה קיבול המים בבבריכה הראשונה והשלישית שווה.



13. מן השרטוט של בעיה 12 ברור שאחרי יותר מ-6 שעות מתחילת המילוי והריקון היו בבריכה ג' יותר מים מאשר בבריכה ב'.

14. המשוואה בנויה על: $a-d=bc$ כאשר a המספר, b המנה, c המחלק, d השארית.

מספר (מחולק) a	שארית d	מחלק b	מנה c
x	$x-24$	8	$x-27$

$$x - (x-24) = 8(x-27)$$

$$\{x=30\}$$

משוואה:

קבוצת האמת של המשוואה:

ניסוח ופירוש הפתרון במלים:

אימות:

מנת החילוק ב-8 היא 3, השארית היא 6.

המנה 3 קטנה ב-27 מהמספר והשארית 6 קטנה ב-24 מהמספר.

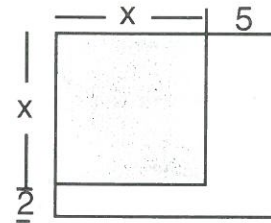
15. סוג הבעיה: יחסים

אם נתון שהיחס בין הזוויות $a:b:c$ הוא $2:3:4$ בהתאמה, אפשר להניח שמחלקים את זוויות המשולש ל- $2+3+4=9$ חלקים, כלומר ל-9 חלקים, כלומר, מחלקים 180 מעלות ל-9 חלקים שכל אחד מהם הוא 20 מעלות. הזווית a מורכבת מ-2 חלקים כאלה, כלומר היא בת 40 מעלות. הזווית b מורכבת מ-3 חלקים כאלה, כלומר היא בת 80 מעלות. הזווית c מורכבת מ-4 חלקים כאלה, כלומר היא בת 100 מעלות. מכאן שהזווית d הצמודה לה (המשלימה אותה ל-180 מעלות) היא בת 100 מעלות.

16. סוג הבעיה: שטח

משוואה: $(x+5)(x+2) = x^2 + 38$
 משוואה שקולה: $7x+10=38$
 קבוצת האמת: $\{x=4\}$
 שטח הריבוע: 16 סמ"ר

אורך הריבוע: x
 אורך המלבן: $+5$
 רוחב המלבן: $+2$
 שטח הריבוע: x^2
 שטח המלבן: $(x+5)(x+2)$



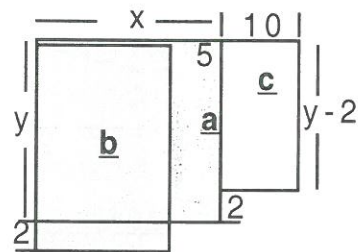
17. סוג הבעיה: שטח

משוואות: $(x-5)(y+2) = xy$
 $(x+10)(y-2) = xy$
 משוואות שקולות: $2x-5y=10$
 $-2x+10y=20$

קבוצת האמת: $\{x=20, y=6\}$

שטחי המלבנים: 120 סמ"ר

a אורך המלבן: x
 רוחב המלבן: y
 שטח המלבן: xy
b אורך המלבן: $x-5$
 רוחב המלבן: $y+2$
 שטח המלבן: $(x-5)(y+2)$



c אורך המלבן: $x+10$
 רוחב המלבן: $y-2$
 שטח המלבן: $(x+10)(y-2)$

18. סוג הבעיה: אחוזים

כמות חומר	ריכוז ב-%	כמות האלכוהול הנקי
25 גר'	40	$25 \cdot 40 / 100$
x	100	x
$25+x$		$25 \cdot 40 / 100 + x$
$25+x$	50	$(25+x) \cdot 50 / 100$

$25 \cdot 40 / 100 + x = (25+x) \cdot 50 / 100$

$25 \cdot 0.4 + x = (25+x) \cdot 0.5$

$\{x=5\}$

המשוואה המתאימה:

משוואה שקולה:

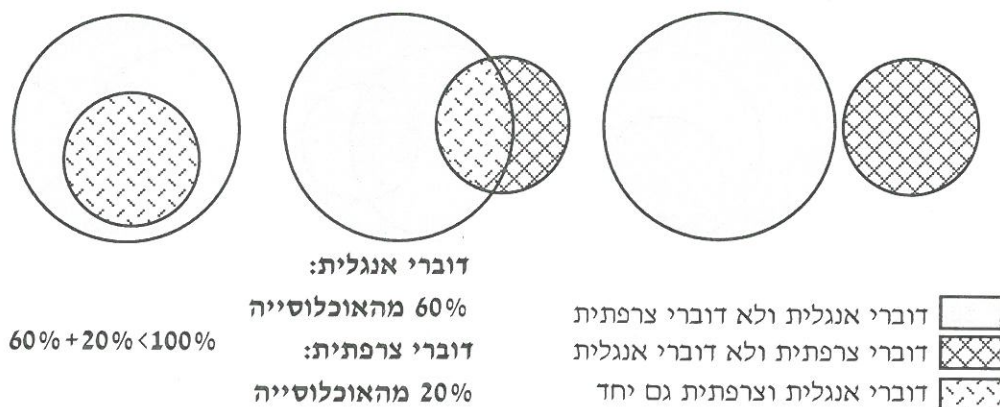
קבוצת האמת של המשוואה:

19. רשימת נתונים:

המיכל של מכוניתו של יוסף מכיל 60 ליטר
 צריכת הדלק של מכוניתו של יוסף היא 1 ליטר ל-10 ק"מ, כלומר $1/10$ ליטר לק"מ.
 המיכל של מכוניתו של יהודה מכיל 50 ליטר.
 צריכת הדלק של מכוניתו של יהודה היא 1 ליטר ל-12 ק"מ, כלומר $1/12$ ליטר לק"מ.
 עד התחנה נסעו x ק"מ.

כמות הדלק שצרכה מכוניתו של יוסף $x/10$ ליטר.
 נשארו במיכל של יוסף $60 - x/10$ ליטר.
 כמות הדלק שצרכה מכוניתו של יהודה היא $x/12$ ליטר.
 נשארו במיכל של יהודה $50 - x/12$ ליטר.
 ליוסף נשארו 5 ליטר יותר מאשר ליהודה.
 משוואה: $60 - x/10 = (50 - x/12) + 5$
 קבוצת האמת של המשוואה: $\{x=300\}$
 ניסוח ופירוש הפתרון במלים: אחרי ששניהם נסעו 300 ק"מ, נשאר לכל אחד בדיוק חצי מיכל.
 לפיכך, הדלק יאזל לשניהם יחד.

20.



דוברי האנגלית והצרפתית מהווים 80% מאוכלוסיית האזור, ולכן ייתכן שהקבוצות תהיינה זרות זו לזו. הפתרון שוב אינו חד-ערכי: הוא נע בין אי-חפיפה בין הקבוצות (קבוצות זרות) לבין מצב שבו הקבוצה הגדולה מכילה את הקבוצה הקטנה – כלומר 20% דוברי הצרפתית הם גם דוברי אנגלית.

אם $a\%$ מהאוכלוסייה מקיימים תכונה A, ו- $b\%$ מהאוכלוסייה מקיימים תכונה B, ו- $a+b < 100$, אז ייתכן שאין איברים המקיימים את שתי התכונות, כלומר **לכל הפחות** 0 אחוזים מהאוכלוסייה מקיימים את שתי התכונות. אם $a > b$ אז **לכל היותר** b אחוזים מהאוכלוסייה מקיימים את שתי התכונות.

כאשר הקבוצות זרות, דוברי האנגלית והצרפתית מהווים 80% מאוכלוסיית האזור, וה-20% הנותרים אינם דוברים **אף** אחת משתי השפות.

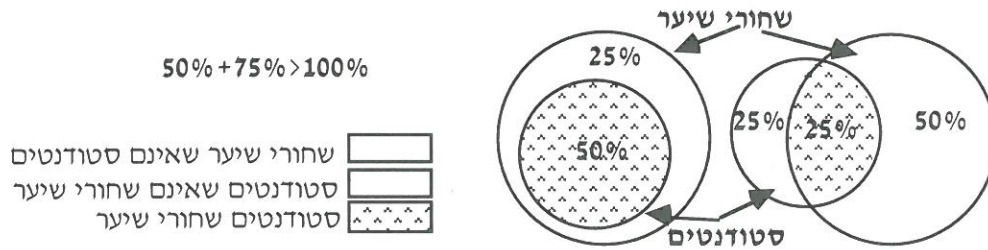
כאשר יש חפיפה חלקית בין הקבוצות, דוברי האנגלית והצרפתית מהווים פחות מ-80% מאוכלוסיית האזור, והשאר, יותר מ-20%, אינם דוברים **אף** אחת משתי השפות.

כאשר הקבוצה הקטנה מוכלת בקבוצה הגדולה, דוברי האנגלית והצרפתית מהווים 60% מאוכלוסיית האזור, וה-40% הנותרים אינם דוברים **אף** אחת משתי השפות.

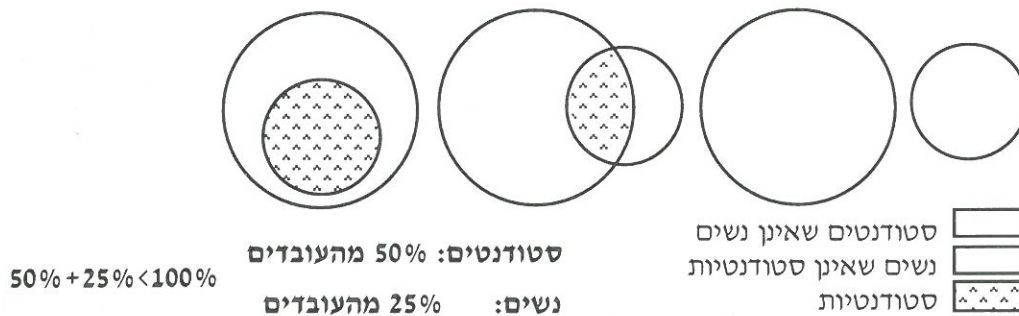
כאשר $a+b < 100$, **לפחות** $100 - (a+b)$ אחוזים מהאוכלוסייה אינם דוברים **אף** אחת משתי השפות. אם $a > b$ אז **לכל היותר** $100 - b$ אחוזים מהאוכלוסייה אינם דוברים **אף** אחת משתי השפות.

21. סוג הבעיה: תורת הקבוצות

אחוז הסטודנטים שחורי השיער הוא לכל הפחות 25%, ולכל היותר 50%.



22. אחוז הסטודנטיות (גם סטודנטים וגם נשים) נע בין 25% ל-0%.



23. לא ייתכן שאוהבי הספרות ואוהבי הספורט הן קבוצות זרות (כי אילו היו זרות, הן היו כוללות יחד 52 תלמידים – יותר מתלמידי הכיתה), לכן לפחות 12 תלמידים אוהבים גם ספרות וגם ספורט. על-פי ניסוח הבעיה ייתכן גם שכל חובבי הספרות הם גם חובבי ספורט, ואז 18 התלמידים שאינם חובבים ספורט גם אינם חובבים ספרות. אילו נוסחה הבעיה כך: כל אחד מהתלמידים בכיתה אוהב ספרות, או ספורט, או שניהם יחד, אזי היתה התשובה יחידה, כי לא היה ייתכן מצב שבו יש תלמידים שאינם אוהבים את שני הדברים. אפשר, כמובן, לפתור בעיה זו בעזרת דיאגרמות ון.

24. ברטוט שתי דרכים לייצוג גרפי של הבעיה.

בבעיה זו ברור שמחצית התלמידים אינם משחקים אף משחק, והמחצית השנייה משחקים משחק אחד או שניים. $1/6$ מהתלמידים משחקים כדורגל וגם כדורסל.

