

כשאנו מתארים את תנועתו של גוף אנו אומרים כיצד הוא נע יחסית לגוף אחר (פרק 3). במילים אחרות, כדי לתאר תנועה דרושה מערכת ייחוס (צופה, ראשית וצירים). אנו חופשיים לבחור את מיקום המערכת ואת אופן תנועתה יחסית למערכות אחרות. כאשר תאוצת מערכת הצירים שלנו מתאפסת, המערכת נקראת מערכת התמדית (אינרציאלית). במערכת התמדית, הכוח גורם להאצת גוף בהתאם לחוקי ניוטון. כאשר מערכת הייחוס שלנו מואצת אנו מבחינים בכוחות מדומים ובתנועות מדומות (פרק 7). התצפיות הנערכות מסחרחרת (קרוסלה) סובבת שונות מאלה הנערכות ממנה כשהיא במנוחה. תיאור התנועה והכוחות תלוי "בנקודת המבט" שלנו.

אנו מבחינים בין גודל מהירות לבין וקטור המהירות (פרקים 2 ו-3). גודל המהירות קובע באיזה קצב גוף נע, או מה אורך הדרך שהוא עבר ביחידת זמן (ללא תלות בכיוון התנועה); זהו סקלאר. וקטור המהירות מכיל מידע גם על כיוון התנועה; זהו וקטור שגודלו הוא גודל המהירות. גופים שווקטור מהירותם קבוע נעים כל הזמן באותו כיוון ועוברים בפרק זמן קבוע מרחק קבוע.

הבדל נוסף בין גודל המהירות לווקטור המהירות קשור להבדל בין דרך להעתק. גודל המהירות הוא דרך ליחידת זמן ואילו מהירות היא העתק ליחידת זמן. העתק שונה מדרך. למשל, עובד שנסע מביתו לעבודתו 10 ק"מ ושם לביתו עבר דרך של 20 קילומטרים, אך מקומו הסופי אינו שונה ממקומו ההתחלתי. הדרך שעבר אורכה 20 קילומטרים אולם העתקו אפס. אף שגודל מהירותו הרגעית שווה לגודל וקטור מהירותו הרגעי, גודל מהירותו הממוצעת וממוצע גודל מהירותו עשויים להיות שונים. ממוצע גודל מהירותו של הנוסע הלך ושוב הוא 20 ק"מ מחולקים במשך הנסיעה הכולל וערכו גדול מאפס. אך גודל מהירותו הממוצעת הוא אפס. במדע, לעיתים העתק חשוב מדרך. (כדי לא להעמיס פרטי מידע רבים מדי, נמנענו מדיון בהבדל זה בגוף הספר).

תאוצה היא הקצב שבו משתנה וקטור המהירות. השינוי יכול לנבוע משינוי בגודל המהירות בלבד, משינוי בכיוון המהירות בלבד, או משינוי בשניהם. תאוצה הגורמת להקטנת גודל המהירות נקראת תאוצה.

במרחב ובזמן הניוטוניים, למרחב שלושה ממדים - אורך, רוחב וגובה - וכל אחד מהממדים הוא דו-כיווני. אנו יכולים להתקדם, לעצור ולשוב בכל אחד מהכיוונים. לזמן מימד אחד, דו-כיווני - עבר ועתיד. איננו יכולים לעצור בזמן או לשוב בו, אלא רק להתקדם בו. במרחב-זמן של איינשטיין יש ארבעה ממדים הכרוכים זה בזה (פרק 34).

חישובי מהירות ומרחק בתנועה על מישור משופע

נזכר בניסויי של גלילאו על מישור משופע, שדנו בהם בפרק 2. בעמוד 21 תיארו מישור משופע שמהירות הכדור המתגלגל עליו גדלה בקצב של 2 מטרים לשנייה בכל שנייה - תאוצה של 2 מ'ש². ברגע תחילת התנועה מהירות הכדור אפס, לאחר שנייה אחת הוא מתגלגל במהירות של 2 מ'ש, בסוף השנייה הבאה מהירותו 4 מ'ש, לאחר השנייה הבאה מהירותו 6 מ'ש וכן הלאה. בפשטות, מהירות הכדור בכל רגע היא

$$\text{מהירות} = \text{תאוצה} \times \text{זמן}$$

או בכתיב מקוצר,

$$v = at$$

(כאשר מבטאים קשרים בכתיבה מתמטית מקובל להשמיט את סימן הכפל, $\times$. כששני סימנים כתובים זה לצד זה, כמו בביטוי הנ"ל at , פירוש הדבר שהם מוכפלים זה בזה.)

השאלה כמה מהר נע הכדור היא שאלה אחת; השאלה כמה רחוק התגלגל היא שאלה אחרת. כדי להבין את הקשר בין התאוצה והמרחק, עלינו לדון תחילה בקשר בין המהירות הרגעית ובין המהירות הממוצעת. אם הגוף המתואר באיור ב.1 החל לנוע ממנוחה, הוא יעבור בשנייה הראשונה מטר אחד. שאלה: מהי מהירותו הממוצעת? התשובה היא 1 מ'ש (משום שהוא עבר 1 מ' בפרק זמן של 1 שנייה). אך אנו ראינו שמהירותו הרגעית בתום השנייה הראשונה היא 2 מ'ש. היות שהתאוצה קבועה, המהירות הממוצעת ברווח זמן מסוים מחושבת באופן שבו מחשבים בדרך כלל ממוצע של שני מספרים: מחברים אותם ומחלקים את סכומם ב-2. (הימנעו מדרך חישוב זאת כשהתאוצה אינה קבועה!) לפיכך, אם נחבר את המהירות ההתחלתית (במקרה זה אפס) ואת המהירות הסופית - 2 מ'ש - ונחלק ב-2, הערך שיתקבל עבור המהירות הממוצעת יהיה 1 מ'ש.

בכל שנייה עוקבת הכדור עובר מרחק גדול יותר במורד המישור שבאיור ב.2. שימו לב שהמרחק שהכדור עבר בשנייה השנייה הוא 3 מ'. זאת משום שמהירותו הממוצעת בשנייה השנייה היא 3 מ'ש. בשנייה הבאה המהירות הממוצעת היא 5 מ'ש ולכן בשנייה זו הוא יעבור 5 מ'. מעניין לגלות שהגדלים העוקבים של המרחק גדלים כמו סדרת המספרים האי-זוגיים. ברור שהטבע נוהג על פי חוקים מתמטיים!

בתחילת רווח זמן שאורכו שנייה אחת הכדור נע במהירות של 2 מ'ש ובסופו הוא נע במהירות של 4 מ'ש. מהי מהירותו הממוצעת של הכדור במשך שנייה זו? מהי תאוצתו?

שאלה

תשובה:

$$\text{מהירות ממוצעת} = \frac{\text{מהירות התחלתית} + \text{מהירות סופית}}{2} = \frac{2 \text{ מ'ש} + 4 \text{ מ'ש}}{2} = \frac{6 \text{ מ'ש}}{2} = 3 \text{ מ'ש}$$

$$\text{תאוצה} = \frac{\text{השינוי במהירות}}{\text{פרק הזמן}} = \frac{4 \text{ מ'ש} - 2 \text{ מ'ש}}{1 \text{ ש}} = \frac{2 \text{ מ'ש}}{1 \text{ ש}} = 2 \text{ מ'ש}^2$$

איור ב.2

אם בשנייה הראשונה הכדור עובר 1 מ', אזי בשניות העוקבות הוא יעבור מרחקים התואמים את סדרת המספרים

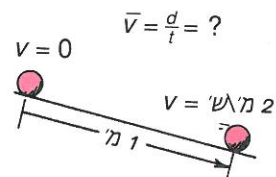
האי-זוגיים 3, 5,

7, 9 מ' וכן הלאה.

שימו לב שהמרחק

הכולל שהגוף

עובר גדל כריבוע הזמן הכולל.



איור ב.1

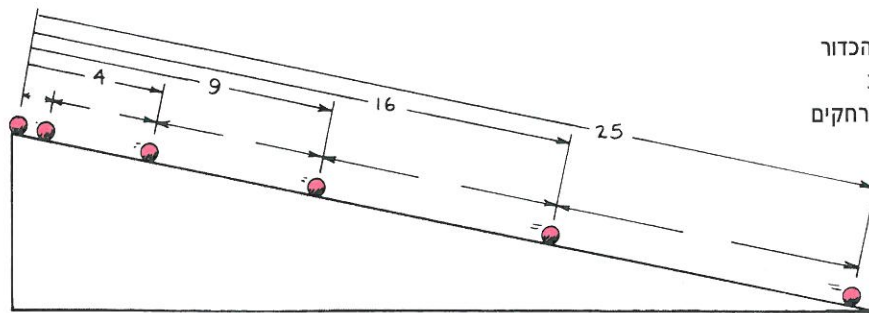
הכדור המתגלגל במורד עובר בשנייה אחת 1 מ' ומגיע למהירות של 2 מ'ש. אולם מהירותו הממוצעת היא 1 מ'ש. התוכלו להבין מדוע?

חישוב מרחק בתנועה בתאוצה קבועה

בתו
שני
מטו
ריבו
קבו

מהו
להי
3 ע
בקי
אך

קשר



איור 2.2

אם בשנייה הראשונה הכדור עובר 1 מ', אזי בשניות העוקבות הוא יעבור מרחקים התואמים את סדרת המספרים האי-זוגיים 3, 5, 7, 9 מ' וכן הלאה. שימו לב שהמרחק הכולל שהגוף עובר גדל כריבוע הזמן הכולל.

התבוננו בתשומת לב באיור 2.2 ובידקו מהו המרחק הכולל שעבר הכדור בתנועתו המואצת במורד המדרון. המרחקים משתנים מאפס ל-1 מטר לאחר 1 שנייה, מאפס ל-4 מטרים ב-2 שניות, מאפס ל-9 מטרים ב-3 שניות, מאפס ל-16 מטרים ב-4 שניות, וכן הלאה. סדרת המרחקים הכוללים שעבר הכדור היא סדרת ריבועי הזמן. להלן נדון ביתר פירוט בקשר בין המרחק שעובר גוף הנע בתאוצה קבועה ובין ריבוע הזמן במקרה של נפילה חופשית.

מהו המרחק שיעבור בפרק זמן נתון גוף המשוחרר ממנוחה ונופל חופשית? כדי להשיב על שאלה זו, נתבונן במקרה שבו הגוף נפל חופשית ממצב מנוחה במשך 3 שניות. בהזנחת התנגדות האוויר, תאוצת הגוף היא קבועה וערכה הוא בקירוב 10 מטר לשנייה בכל שנייה (למעשה התאוצה קרובה יותר ל-9.8 מ/ש², אך כך המספרים נוחים יותר).

חישוב מרחק בתנועה בתאוצה קבועה

המהירות ההתחלתית = 0 מ/ש

המהירות בתום 3 שניות = (3×10) מ/ש

המהירות הממוצעת = $\frac{1}{2}$ סכום המהירויות הנייל

$$= \frac{1}{2} (3 \times 10 + 0) \text{ מ/ש}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 10 = 15 \text{ מ/ש}$$

המרחק שעבר הגוף = מהירות ממוצעת $\times$ זמן

$$= 3 \times (3 \times 10 \times \frac{1}{2})$$

$$= 3^2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 5 \times 3^2$$

ממשמעותם של מספרים אלה אנו מסיקים כי

$$\text{המרחק שעבר הגוף} = \frac{1}{2} \times \text{תאוצה} \times \text{ריבוע הזמן}$$

קשר זה מתקיים לא רק עבור גוף שנפל במשך 3 שניות אלא עבור כל משך זמן

שהוא, בתנאי שהתאוצה קבועה. אם נסמן את המרחק שהגוף עבר ב- d , את התאוצה ב- a ואת הזמן ב- t , נקבל בכתוב מקוצר את הקשר:

$$d = \frac{1}{2} at^2$$

גלילאו היה הראשון שהסיק קשר זה. הוא טען שאם משך התנועה של גוף יוכפל, מהירותו הממוצעת תוכפל. הואיל והגוף נע משך זמן כפול במהירות ממוצעת כפולה, הוא ייפול מרחק הגדול פי ארבעה. באופן דומה, אם משך התנועה ישולש, המהירות הממוצעת תשולש והמרחק יגדל פי תשעה. גלילאו טען שהמרחק שהגוף נפל צריך להיות מתכונתי (פרופורציוני) לריבוע הזמן. במקרה של גופים הנופלים חופשית, מקובל לציין את התאוצה באות g במקום a (g - מפני שהתאוצה נובעת מכוח הכבידה - הגרביטציה). אף שערכו של g משתנה קמעא באזורים שונים בעולם, הוא שווה בקירוב ל- 9.8 מ'ש^2 . אם נציין ב- g את תאוצתו של גוף הנופל חופשית (בהזנחת התנגדות האוויר), נקבל עבור גופים הנופלים חופשית ממנוחה את המשוואות

$$v = gt$$

$$d = \frac{1}{2} gt^2$$

- שאלות**
- מכונית מתחילה לנוע ממנוחה ונעה בתאוצה קבועה של 4 מ'ש^2 . מהו המרחק שתעבור המכונית ב-5 שניות?
 - מהו המרחק שייפול גוף המשוחרר ממנוחה במשך 1 ש"ש? במקרה זה התאוצה היא 9.8 מ'ש^2 .
 - נפילת גוף הנופל חופשית מגשר גבוה עד לפני המים אורכת 4 שניות. מהו גובה הגשר?

- תשובות:**
- המרחק $= 50 \text{ מ'}$. $50 = 5^2 \times 4 \times \frac{1}{2}$
 - המרחק $= 4.9 \text{ מ'}$. $4.9 = 1^2 \times 9.8 \times \frac{1}{2}$
 - המרחק $= 78.4 \text{ מ'}$. $78.4 = 4^2 \times 9.8 \times \frac{1}{2}$
- שימו לב שתוצאת מכפלת היחידות המתאימות היא היחידה המתאימה למרחק, מטר.
- $$d = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 78.4 \text{ מ'}$$

נספח ג עוד על וקטורים

וקטורים וסקלארים



איור 1.1

חיבור וקטורים

וקט
בפ
ותו
סק
הוו
נקו
כא
הש
צלי
הא
איוו
ותפ
מתו
והת
באו
בין