

שיעור 16: בדיקת תקפות דפוס טיעון הכוללים פסוקי תנאי

מהו הביטוי הסמלי לדפוס הטיעון הבא:
אם גילה תלמד את החומר, היא תדע את החומר;
גילה תלמד את החומר;
לכן גילה תדע את החומר.

p : גילה תלמד את החומר.
 q : גילה תדע את החומר.

דפוס הטיעון הוא:

$$\begin{array}{r} p \supset q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

נבדוק את תקפותו בעזרת לוח אמת:

p	q	$p \supset q$
א	א	א
א	ש	ש
ש	א	א
ש	ש	א

אילו טורים מייצגים את ההקדמות ואיזה טור מייצג את המסקנה?

דפוס הטיעון תקף, כיוון שאין שורה שבה שתי ההקדמות (עמודות ראשונה ושלישית) אמיתיות והמסקנה (עמודה שנייה) שקרית.
כפי שראינו בשיעור 12, דפוס טיעון זה הוא **חיוב הרישא**, ועתה הוכחנו שהוא תקף.

מתוך אותו לוח אמת ניתן לראות שדפוס הטיעון:

$$\begin{array}{r} p \supset q \\ q \\ \hline p \end{array}$$

אינו תקף, כיוון שבשורה השלישית רואים ששתי ההקדמות (הפעם עמודות שנייה ושלישית) אמיתיות והמסקנה (עמודה ראשונה) שקרית.



לכן הטיעונים הבאים אינם תקפים:
 אם גילה למדה את החומר, היא יודעת את החומר;
 גילה יודעת את החומר;
 לכן גילה למדה את החומר.

אם רן עבר את הבחינה אז הוא יודע את החומר;
 רן יודע את החומר;
 לכן רן עבר את הבחינה.

תאר תרחישים אפשריים בהם שתי ההקדמות של הטיעון הנ"ל הן אמיתיות והמסקנה שקרית.

דוגמה: ההקדמה הראשונה, בדוגמה על רן, אמיתית, במקרה שלא ניתן היה להעתיק בבחינה.

ההקדמה השנייה אמיתית: רן יודע את החומר.
 אולם המסקנה שקרית אם רן לא עבר את הבחינה כי הוא לא השתתף בה! או
 שהוא השתתף אך התרגש בזמן הבחינה.
 דפוס טיעון לא תקף זה הוא, כפי שראינו, **הטעיית חיוב הסיפא**.

דפוס תקף נוסף:

$$\begin{array}{r} p \wedge q \\ \sim q \\ \hline \sim p \end{array}$$

הוכחת תקפותו:

p	q	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim p \wedge \sim q$
א	א	א	ש	ש	ש
א	ש	ש	א	ש	א
ש	א	ש	ש	א	ש
ש	ש	א	א	א	א
↑	↑	↑	↑	↑	↑
מס	ה2	ה1			

זהו דפוס תקף, כיוון שבמקרה היחיד שבו שתי ההקדמות הן אמיתיות (שורה רביעית) גם המסקנה אמיתית. דפוס זה הוא, כפי שראינו, **שלילת הסיפא**. וכעת הוכחנו את תקפותו.



מהו הדפוס הלא-תקף המתאים? - זהו הטעיית שלילת הרישא:

$$q \text{ כ } p$$

$$\sim p$$

$$\sim q$$

הוכח בעזרת לוח האמת האחרון את אי תקפותו של דפוס זה.

דוגמה:

אם דני עבר את הבחינה, אז אני צוללת גרעינית;

דני לא עבר את הבחינה;

לכן אני לא צוללת גרעינית.

למרות שהטיעון נשמע "הגיוני", הוא איננו תקף.

אם ההקדמה הראשונה אמיתית והרישא שלה שקרי - כלומר, ההקדמה השנייה אמיתית, אין זה נכון, בהכרח, שהמסקנה אמיתית; ייתכן בהחלט כי הדוברת היא צוללת גרעינית! כללי ההיגיון מתקיימים גם בעולם אפשרי שבו צוללות גרעיניות מדברות.

לעומת זאת, הטיעון הבא תקף, למרות שהוא נראה "לא הגיוני", כי הוא בעל דפוס תקף של

חיוב הרישא:

אם דני עבר את המבחן, אז אני צוללת גרעינית;

דני עבר את המבחן;

לכן אני צוללת גרעינית.

(חשוב על המקרה שבו דני עבר את המבחן אולם הוא אינו צוללת גרעינית)

תרגילים:

השתמש בלוחות אמת כדי לקבוע את תקפותו או אי תקפותו של כל אחד מהטיעונים הבאים:

הבאים:

1. אם זלמן יפרוש מן התחרות, הרי שקלמן יזכה במילגה או ששולמן יהיה מאוכזב;

קלמן לא יזכה במילגה;

לכן אם זלמן יפרוש מן התחרות, הרי ששולמן יהיה מאוכזב.

תשובה: נרשום תחילה את דפוס הטיעון:

$$p \text{ כ } (q \vee r)$$

$$\sim q$$

$$(p \text{ כ } r) \vee (q \text{ כ } r)$$

$$p \text{ כ } r$$



ונערוך את לוח האמת:

p	q	r	~q	qvr	p כ (qvr)	p כ r
א	א	א	ש	א	א	א
א	א	ש	ש	א	א	ש
א	ש	א	א	א	א	א
א	ש	ש	א	ש	ש	ש
ש	א	א	ש	א	א	א
ש	א	ש	ש	א	א	ש
ש	ש	א	א	ש	א	א
ש	ש	ש	א	ש	א	ש
↑	↑	↑				
מס	1ה	2ה				

1ה, 2ה, ו-מס מציינים את העמודות המתאימות להקדמה הראשונה, השנייה ולמסקנה, בהתאמה. אנו רואים כי בכל שורה שבה שתי ההקדמות אמיתיות - גם המסקנה אמיתית. לכן דפוס הטיעון תקף.

2. אם איילת תלמד את החומר, הרי שאם היא לא תתרגש בזמן המבחן היא תעבור;

איילת תעבור;

לכן אם איילת תלמד את החומר, היא לא תתרגש בזמן המבחן.

תשובה: דפוס הטיעון הוא:

$$\frac{(p \text{ כ } (q \text{ כ } r)) \text{ ומהם } p, q \text{ ו-} r}{p \text{ כ } q}$$

דפוס טיעון זה אינו תקף. הוכח זאת באמצעות לוח אמת.

3. אם חיים ישחק אז הקבוצה תנצח, ואם ברוך ישחק אז הקבוצה תנצח;

חיים ישחק או ברוך ישחק;

לכן הקבוצה תנצח.

תשובה: בלשון לוגיקה טבלאית, נניח: p - חיים ישחק, q - ברוך ישחק, r - הקבוצה תנצח. אז:

$$\frac{p \text{ כ } (q \text{ כ } r)}{(p \text{ כ } q) \text{ כ } r}$$

אז: לוגיקה טבלאית

נניח: p - חיים ישחק, q - ברוך ישחק, r - הקבוצה תנצח. אז:



4. אם סיפור בריאת העולם לפי תורת משה נכון ככתבו וכלשונו, החמה לא נבראה לפני יום רביעי;
ואם החמה לא נבראה לפני יום רביעי, לא ייתכן שהיא הסיבה לחילופי היום והלילה בשלושת הימים הראשונים.
אם כך, או שהמלה "יום" משמשת בכתבי הקודש במובן אחר מן המקובל עתה, או שמן ההכרח שהחמה הייתה הסיבה לחילופי היום והלילה בשלושת הימים הראשונים.
לכן, או שסיפור בריאת העולם לפי תורת משה אינו נכון ככתבו וכלשונו, או שהמלה "יום" משמשת בכתבי הקודש במובן אחר מן המקובל עתה.

תשובה: נשתמש באותיות הבאות:

- b: סיפור בריאת העולם לפי תורת משה נכון ככתבו וכלשונו.
n: החמה נבראה לפני יום רביעי.
s: החמה היא הסיבה לחילופי היום והלילה בשלושת הימים הראשונים.
y: המלה "יום" משמשת בכתבי הקודש במובן אחר מן המקובל עתה.

דפוס הטיעון הוא:

b ~ n

~ n ~ s

y vs

~ bvy

לוח האמת של 4 משתנים הוא בן 16 (2^4) שורות. כדי להוכיח שהטיעון תקף, יש לבדוק בלוח אמת שאין שום שורה שעל-פיה הטיעון אינו תקף. נראה אם יש שורות שבהן כל שלוש ההקדמות אמיתיות והמסקנה שקרית. לשם כך לא נצטרך לבדוק את כל 16 השורות. מספיק שנבדוק את השורות שבהן המסקנה ~bvy שקרית. אלו ארבע השורות הבאות:

~bvy	yvs	~ n ~ s	b ~ n	~ b	~ n	~ s	b	n	s	y
ש	ש	א	ש	ש	ש	ש	א	א	א	ש
ש	א	ש	א	ש	א	ש	א	ש	א	ש
ש	ש	א	ש	ש	ש	א	א	א	א	ש
ש	ש	א	א	ש	א	א	א	ש	ש	ש

לא נמצא באף אחת מארבע השורות שכל שלוש ההקדמות הן אמיתיות. לכן הטיעון תקף.

